



..... Imię i nazwisko ucznia
..... Pełna nazwa szkoły

Maksymalna liczba punktów	40
Uzyskana liczba punktów	

**KONKURS MATEMATYCZNY
DLA UCZNIÓW SZKOŁY PODSTAWOWEJ
ZESTAW ZADAŃ KONKURSOWYCH
ROK SZKOLNY 2022/2023**

ETAP TRZECI

Instrukcja dla ucznia

1. Na rozwiązanie wszystkich zadań masz 90 minut.
2. Zestaw konkursowy zawiera 19 zadań.
3. Przed rozpoczęciem pracy sprawdź, czy zestaw zadań jest kompletny. Jeżeli zauważysz usterki, zgłoś je Komisji Konkursowej.
4. Zadania czytaj uważnie i ze zrozumieniem.
5. **Zadania zapisane w brudnopisie nie będą oceniane.**
6. Rozwiązania zapisuj długopisem lub piórem. Rozwiązania zapisane ołówkiem nie będą oceniane.
7. Nie używaj korektora i długopisu ścieralnego.
8. W nawiasach obok numerów zadań podano maksymalną liczbę punktów możliwych do uzyskania za dane zadanie.
9. Nie używaj kalkulatora.

POWODZENIA!

Zadanie 1. (1 punkt)

Która z liczb nie jest liczbą naturalną?

Jedna z podanych odpowiedzi jest poprawna. Zaznacz kółkiem właściwą odpowiedź.

A. $\frac{10^{2022}+8}{9}$

B. $\frac{10^{2023}-1}{9}$

C. $\frac{10^{1111}+2}{6}$

D. $\frac{10^{5555}+5}{6}$

Liczba punktów
..... /1

Zadanie 2. (1 punkt)

Jaką liczbę otrzymamy, obliczając wartość wyrażenia $49998^2 - 50002^2$?

Jedna z podanych odpowiedzi jest poprawna. Zaznacz kółkiem właściwą odpowiedź.

A. -400000

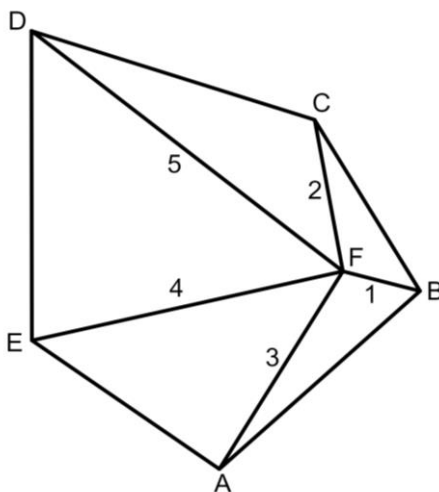
B. 400000

C. -16

D. 16

Liczba punktów
..... /1

Zadanie 3. (1 punkt)



Jaki obwód ma pięciokąt $ABCDE$ (rysunek), jeżeli wiadomo, że punkt F leży wewnątrz tego pięciokąta oraz $|FB| = 1$, $|FC| = 2$, $|FA| = 3$, $|FE| = 4$ i $|FD| = 5$?

Jedna z podanych odpowiedzi jest poprawna. Zaznacz kółkiem właściwą odpowiedź.

A. mniejszy niż 30

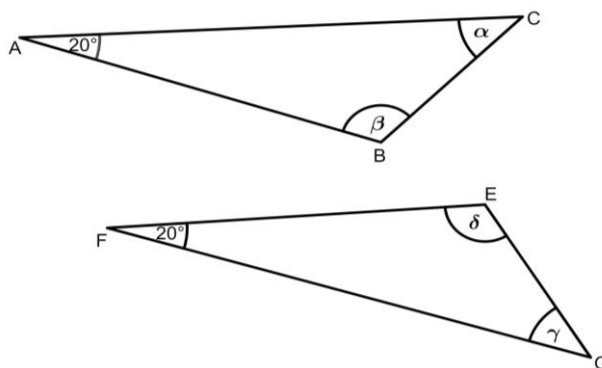
B. równy 30

C. większy niż 30

D. nie można tego obliczyć

Liczba punktów
..... /1

Zadanie 4. (1 punkt)



Dane są dwa trójkąty ABC i EFG (rysunek), gdzie $|AB| = 5$ i $|EF| = 5$.

Która z poniższych informacji pozwala stwierdzić, że te trójkąty są przystające?

Jedna z podanych odpowiedzi jest poprawna. Zaznacz kółkiem właściwą odpowiedź.

- A. $\alpha = \delta$ B. $|BC| = |GE|$ C. $\alpha = \gamma$ D. $|AC| = |GE|$

Liczba punktów
..... /1

Zadanie 5. (1 punkt)

Powierzchnia boczna walca po rozłożeniu na płaszczyznę jest kwadratem o boku długości a ($a > 0$). Jaka jest objętość tego walca?

Jedna z podanych odpowiedzi jest poprawna. Zaznacz kółkiem właściwą odpowiedź.

- A. $\frac{a^3}{4\pi}$ B. $\frac{a^2}{4\pi}$ C. $\frac{2a^2}{\pi}$ D. a^3

Liczba punktów
..... /1

Zadanie 6. (1 punkt)

Wszystkie przekątne wychodzące z jednego wierzchołka pewnego wielokąta dzielą go na 2023 trójkąty. Ile boków ma ten wielokąt?

Wpisz tylko odpowiedź (nie musisz zapisywać wykonanych obliczeń).

Odpowiedź:

Liczba punktów
..... /1

Zadanie 7. (4 punkty)

Dana jest nierówność

$$1 - (\sqrt{2} - x)(\sqrt{2} + x) + 3x^2 \leq (2x + 1)^2 - 6,$$

gdzie x oznacza niewiadomą.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. Wybraną odpowiedź zaznacz kółkiem.

Największą liczbą całkowitą, która nie należy do zbioru rozwiązań tej nierówności jest liczba $(-1)^{2020} + (-1)^{2021} + (-1)^{2022} + (-1)^{2023}$.	P	F
Liczba 1 jest najmniejszą liczbą pierwszą spełniającą tę nierówność.	P	F
Liczba $k = 6 - \sqrt[3]{111}$ należy do zbioru rozwiązań tej nierówności.	P	F
Wszystkie liczby należące do zbioru rozwiązań tej nierówności należą także do zbioru rozwiązań nierówności $2(1 - x) < 0$.	P	F

Liczba punktów
..... /4

Zadanie 8. (2 punkty)

W trójkącie ostrokątnym ABC , w którym miara kąta C jest większa od miary kąta A , poprowadzono wysokość BE oraz dwusieczną kąta ABC , która przecięła bok AC w punkcie D . W trójkącie BDC poprowadzono wysokość DF . Kąt DBE ma miarę 24° , a kąt BDF ma miarę 46° .

Uzupełnij zdania, wpisując w puste miejsca tylko liczby.

- Miara kąta ABC wynosistopni.
- Kąt ACB ma miarę równąstopni.

Liczba punktów
..... /2

Zadanie 9. (2 punkty)

Janek jest o 2 lata starszy od swojej siostry Zosi. Gdyby Zosia była dwa razy młodsza, a Janek o 6 lat młodszy, to byłby tyle samo razy starszy od siostry, ile razy jest od niej starszy teraz. Ile lat ma Janek, a ile jego siostra Zosia?

Uzupełnij zdanie, wpisując w puste miejsca tylko liczby.

Janek malat, a jego siostra Zosia ma..... lat.

Liczba punktów
..... /2

Zadanie 10. (1 punkt)

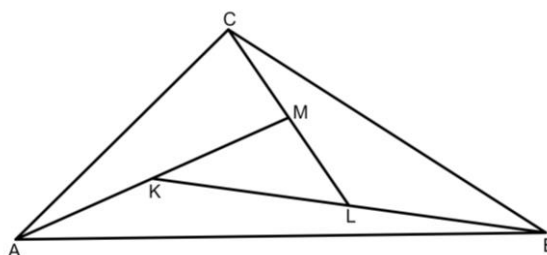
W pudełku umieszczono 5 białych kul, 12 czerwonych i 10 zielonych. Jaką najmniejszą liczbę kul trzeba wyjąć z pudełka, aby mieć pewność, że wśród wyjętych kul będzie co najmniej po jednej kuli każdego koloru?

Wpisz tylko odpowiedź (nie musisz zapisywać wykonanych obliczeń).

Odpowiedź:

Liczba punktów
..... /1

Zadanie 11. (1 punkt)



Pole trójkąta KLM (rysunek) wynosi 2, a $|MC| = |ML|$, $|LB| = |LK|$ i $|KA| = |KM|$. Jakie pole ma trójkąt ABC ?

Wpisz tylko odpowiedź (nie musisz zapisywać wykonanych obliczeń).

Odpowiedź:.....

Liczba punktów
..... /1

Zadanie 12. (2 punkty)

Objętość kuli jest równa objętości stożka, w którym promień podstawy ma długość 3, a wysokość jest cztery razy od niego dłuższa.

Uzupełnij zdania, wpisując w puste miejsca tylko liczby.

- a) Promień kuli ma długość
- b) Pole powierzchni kuli wynosi.....

Liczba punktów
..... /2

Zadanie 13. (3 punkty)

Punkt $A = (-4, 2)$ jest jednym z wierzchołków trójkąta ABC . Środkiem boku AB tego trójkąta jest punkt $S = (2, 2)$, a punkt C jest punktem symetrycznym do punktu B względem osi odciętych.

Uzupełnij poniższe zdania.

- c) Punkt B ma współrzędne
- d) Pole trójkąta ABC wynosi jednostek kwadratowych.
- e) Obwód trójkąta ABC wynosijednostek.

Liczba punktów
..... /3

Zadanie 14. (1 punkt)

Do ponumerowania stron encyklopedii *Matematyka bez tajemnic* użyto 2993 cyfry. Ile stron ma ta encyklopedia?

Wpisz tylko odpowiedź (nie musisz zapisywać wykonanych obliczeń).

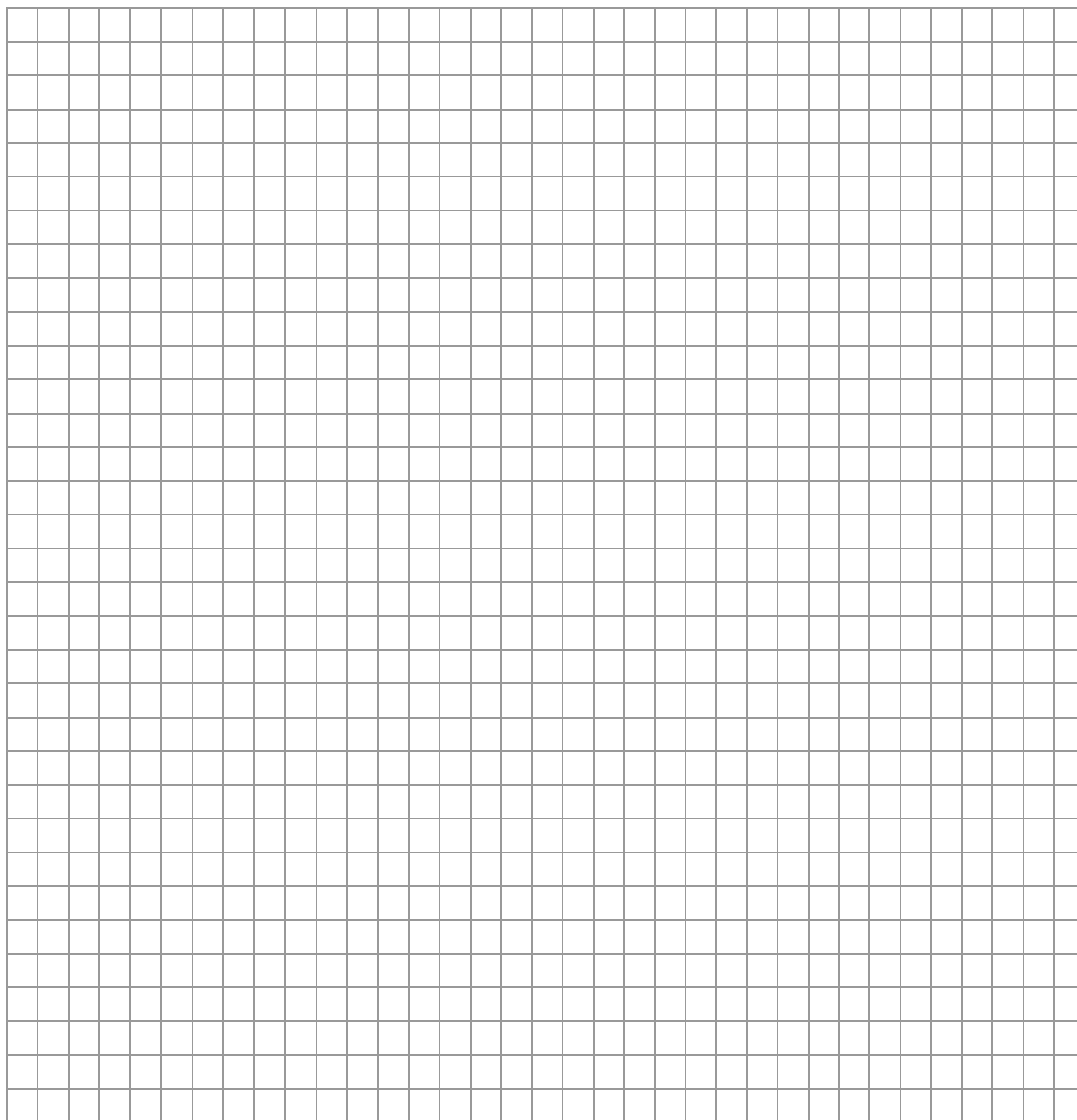
Odpowiedź:

Liczba punktów
..... /1

W zadaniach od 15. do 19. zapisz wszystkie obliczenia i odpowiedzi.

Zadanie 15. (4 punkty)

Antek wybrał pewną liczbę dwucyfrową i podzielił ją przez sumę jej cyfr. Otrzymał 5 i resztę 11. Gdy przestawił w tej liczbie cyfry i tak otrzymaną liczbę podzielił przez sumę jej cyfr powiększoną o otrzymaną wcześniej resztę, to iloraz wyniósł teraz 2, a reszta 19. Ułóż układ równań zgodny z treścią zadania, rozwiąż go i podaj liczbę, jaką wybrał Antek.

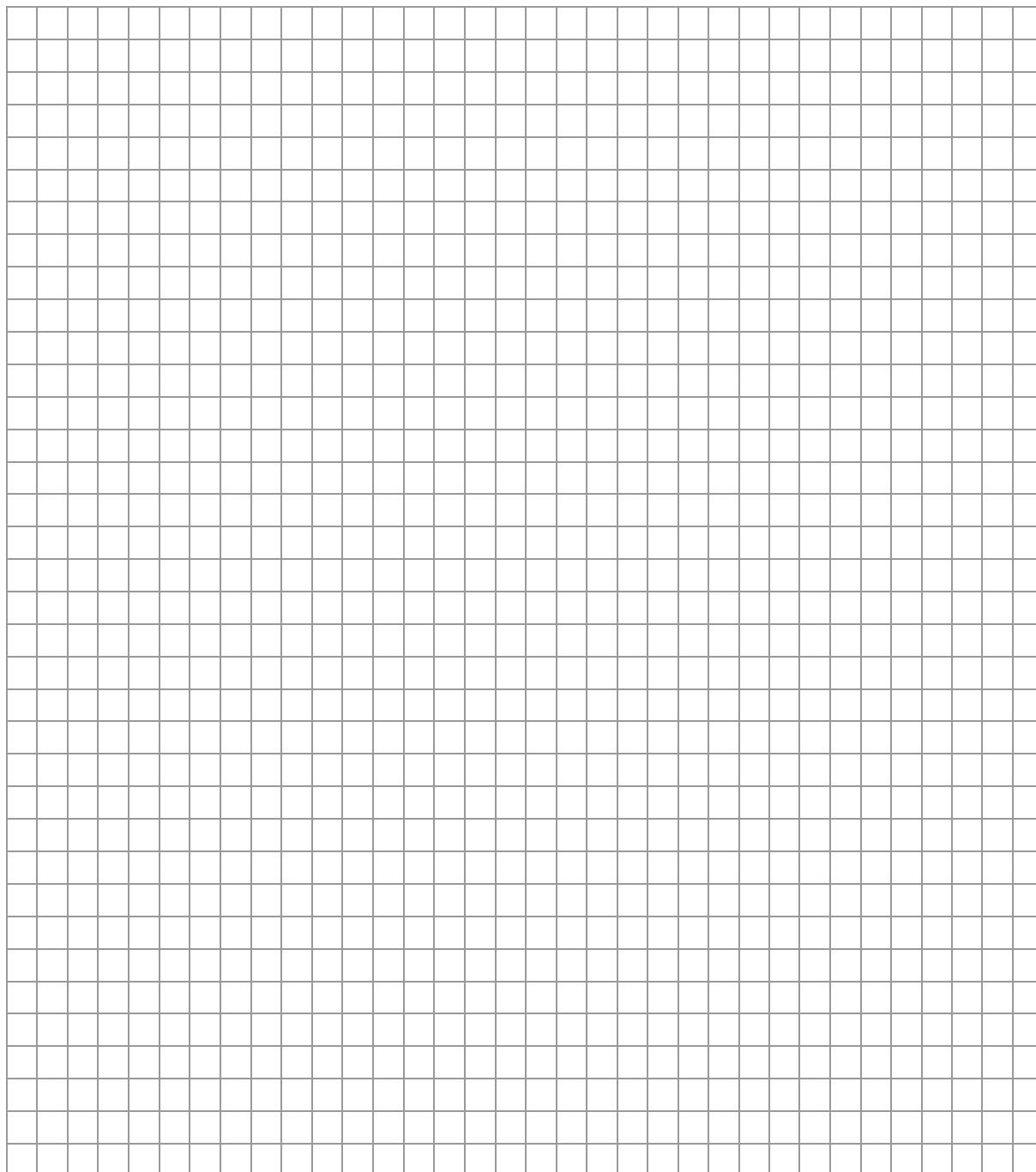


Odpowiedź:.....
.....

Liczba punktów
..... /4

Zadanie 16. (4 punkty)

W sześcianie o krawędzi długości 6 cm połączono odcinkami środki jego krawędzi. Następnie powstałe w ten sposób naroża odcięto. Oblicz pole powierzchni całkowitej bryły otrzymanej po odcięciu naroży.

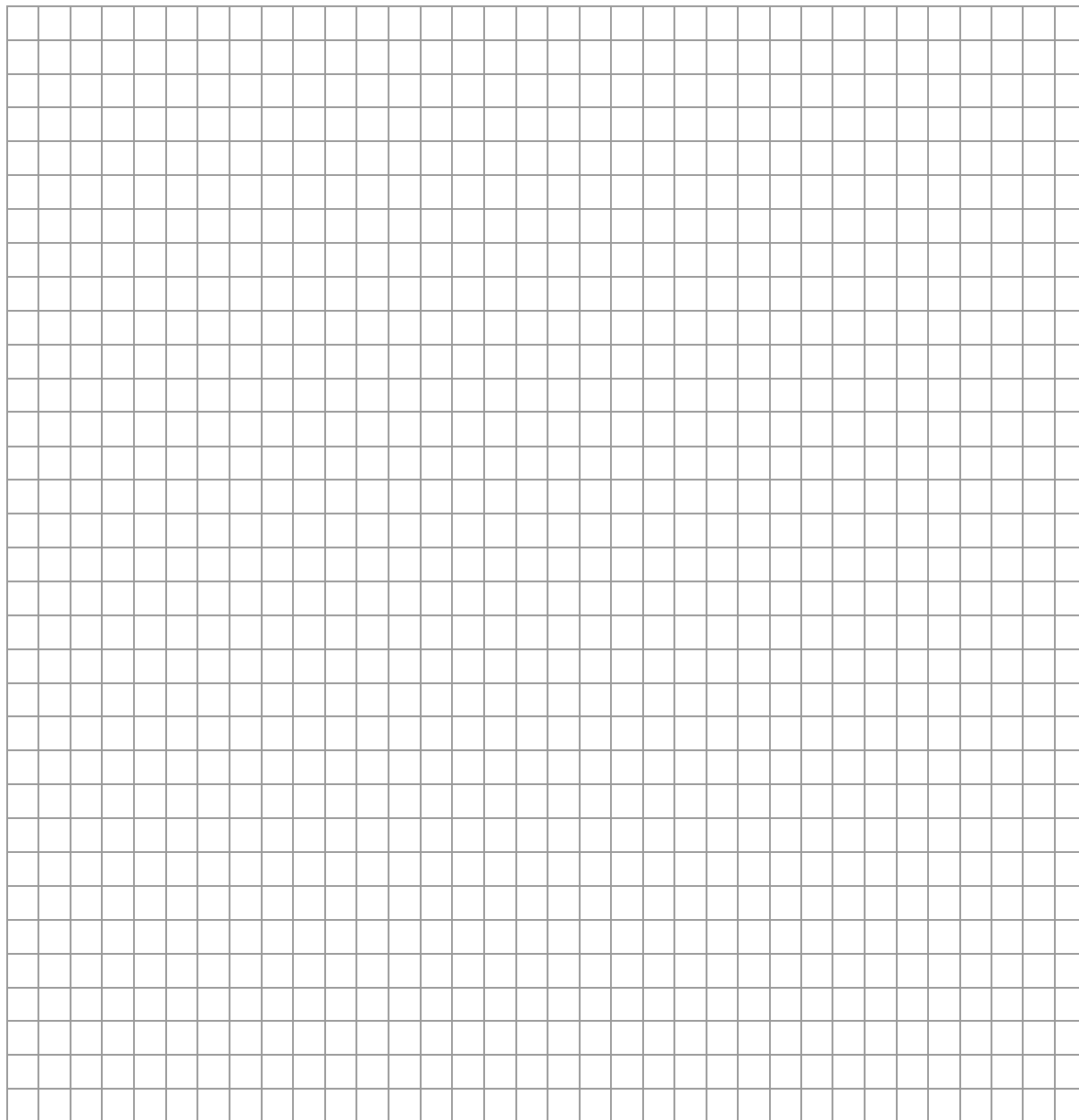


Odpowiedź:.....
.....

Liczba punktów
..... /4

Zadanie 17. (4 punkty)

Po sprawdzianie z działu *Liczby i działania* nauczyciel poinformował uczniów, że 30% piszących sprawdzian otrzymało piątkę, czwórkę otrzymało $\frac{2}{5}$ piszących, a pięciu uczniów otrzymało ocenę dostateczną. Pozostali uczniowie, którzy przystąpili do sprawdzianu, rozwiązyali wszystkie zadania bezbłędnie i otrzymali szóstki. Średnia ocen ze sprawdzianu wyniosła 4,4. Ilu uczniów przystąpiło do sprawdzianu, a ilu otrzymało ocenę celującą?

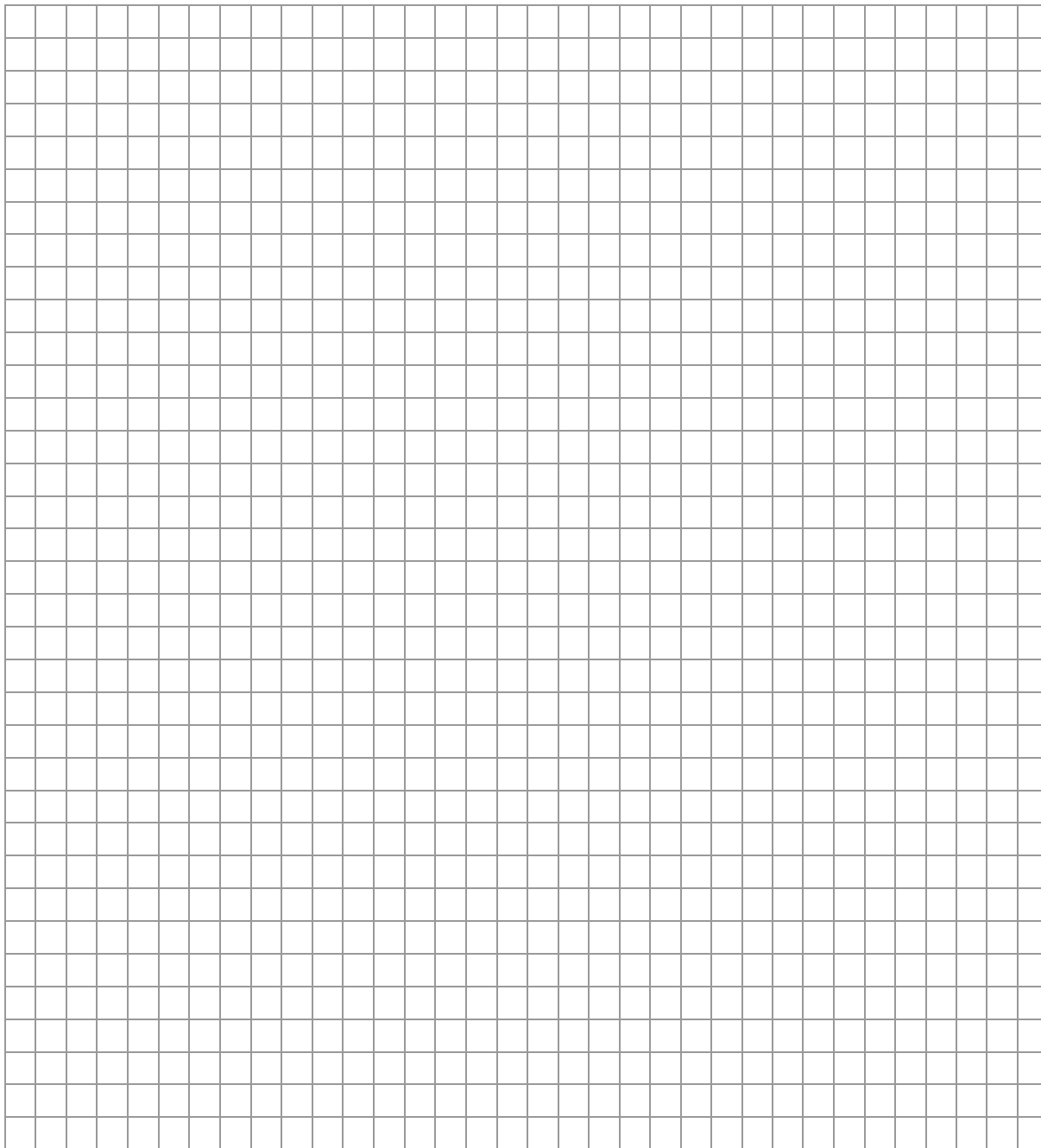


Odpowiedź:.....
.....

Liczba punktów
..... /4

Zadanie 18. (3 punkty)

Długości podstaw trapezu równoramiennego wynoszą $a = \frac{23}{1,2} \cdot \frac{12}{10}$ i $b = \sqrt{13^2}$. Przekątna tego trapezu zawiera się w dwusiecznej kąta przy dłuższej podstawie. Oblicz długość wysokości tego trapezu.



Odpowiedź:.....
.....

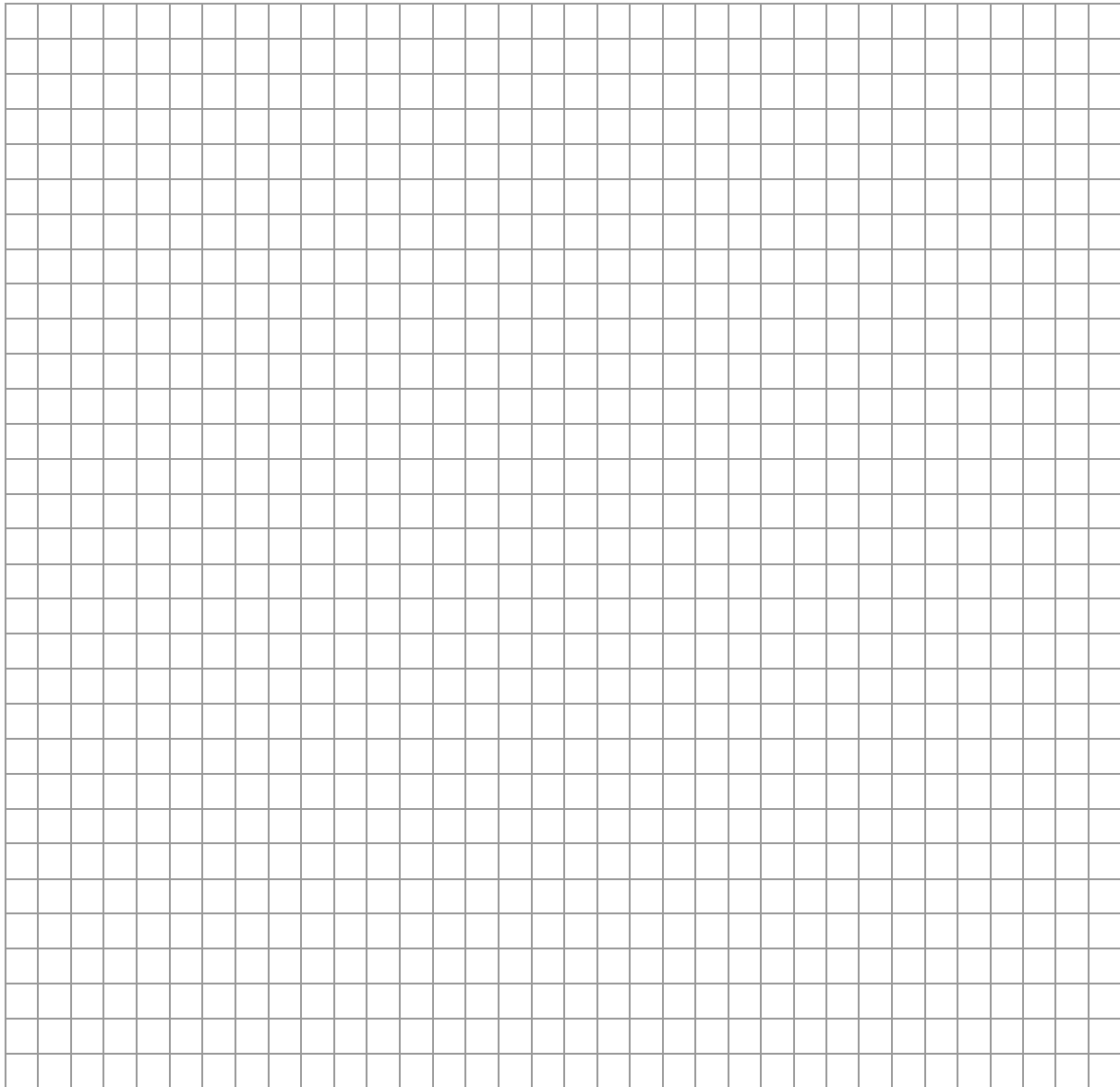
Liczba punktów
..... /3

Zadanie 19. (3 punkty)

Ania w sklepie *Dziwne rzeczy* zakupiła przycisk do papieru. Na tekturowym pudełku, do którego zapakowany był przycisk, zapisane były informacje:

W pudełku znajduje się przedmiot w kształcie ostrosłupa prawidłowego trójkątnego, którego objętość wynosi 16 cm^3 . Stosunek długości wysokości ostrosłupa do długości krawędzi jego podstawy wynosi $\sqrt{3} : 1$.

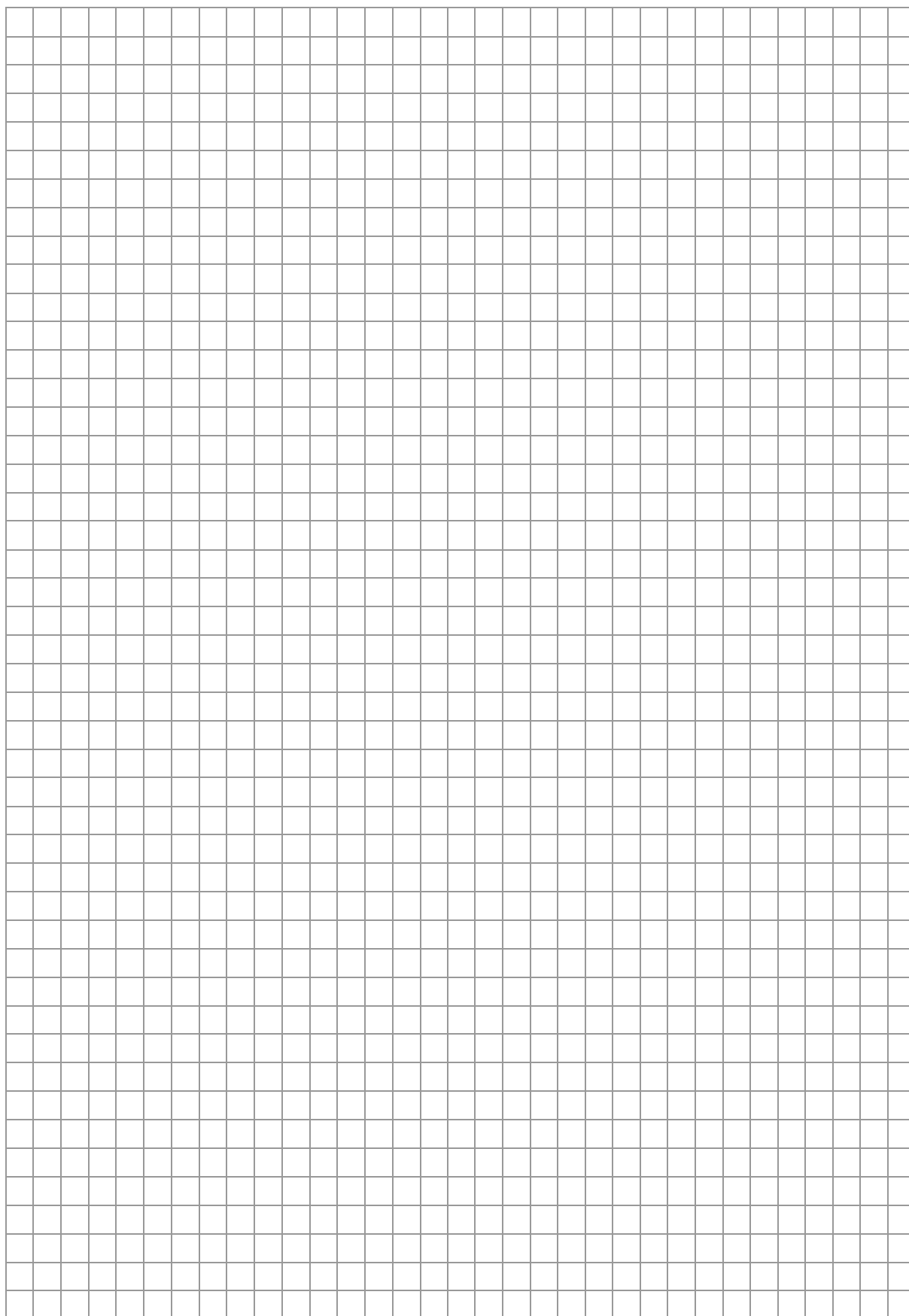
Oblicz długość wysokości ostrosłupa, o którym jest mowa w powyższej informacji.



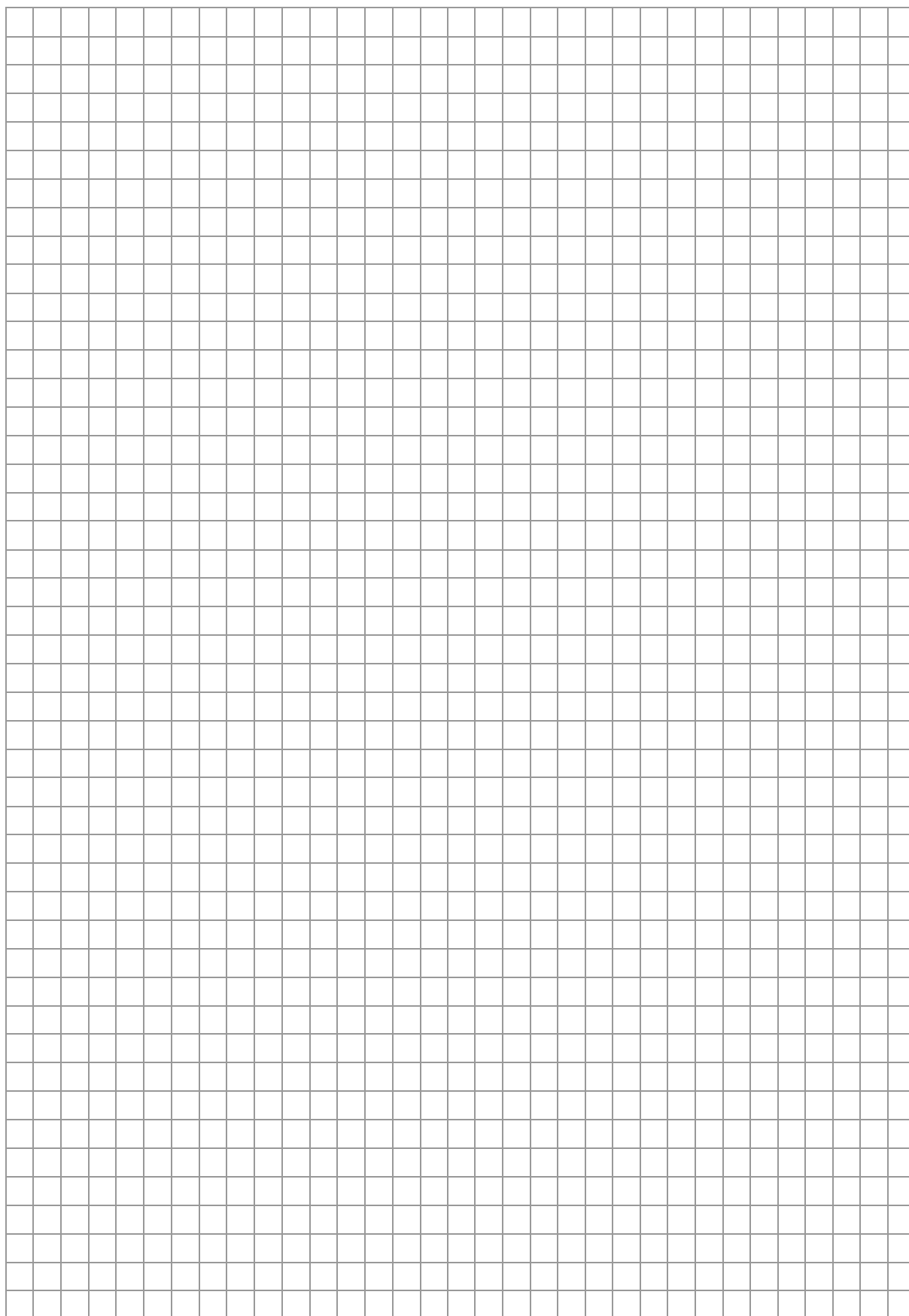
Odpowiedź:.....
.....

Liczba punktów
..... /3

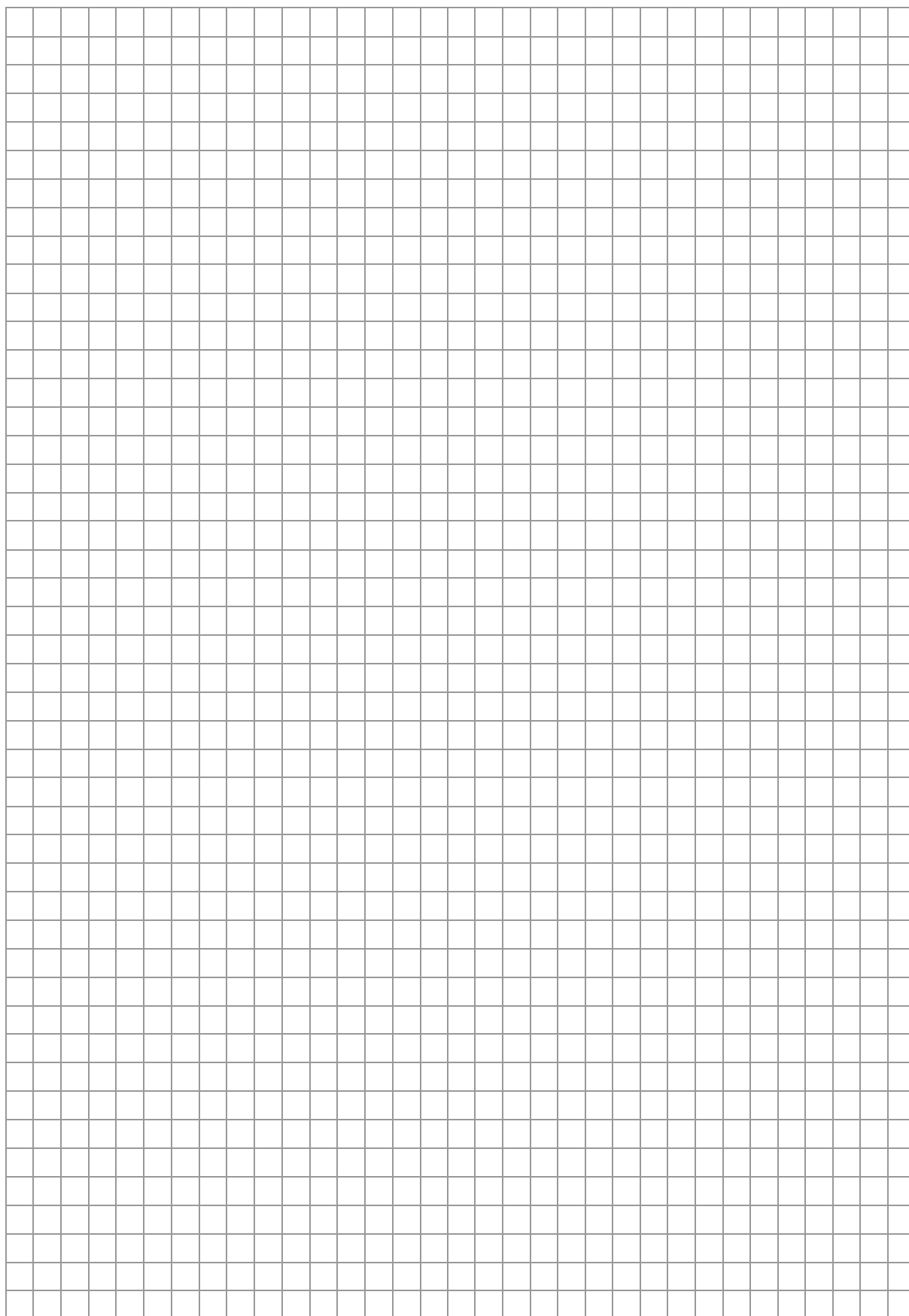
BRUDNOPIS (nie podlega sprawdzeniu)



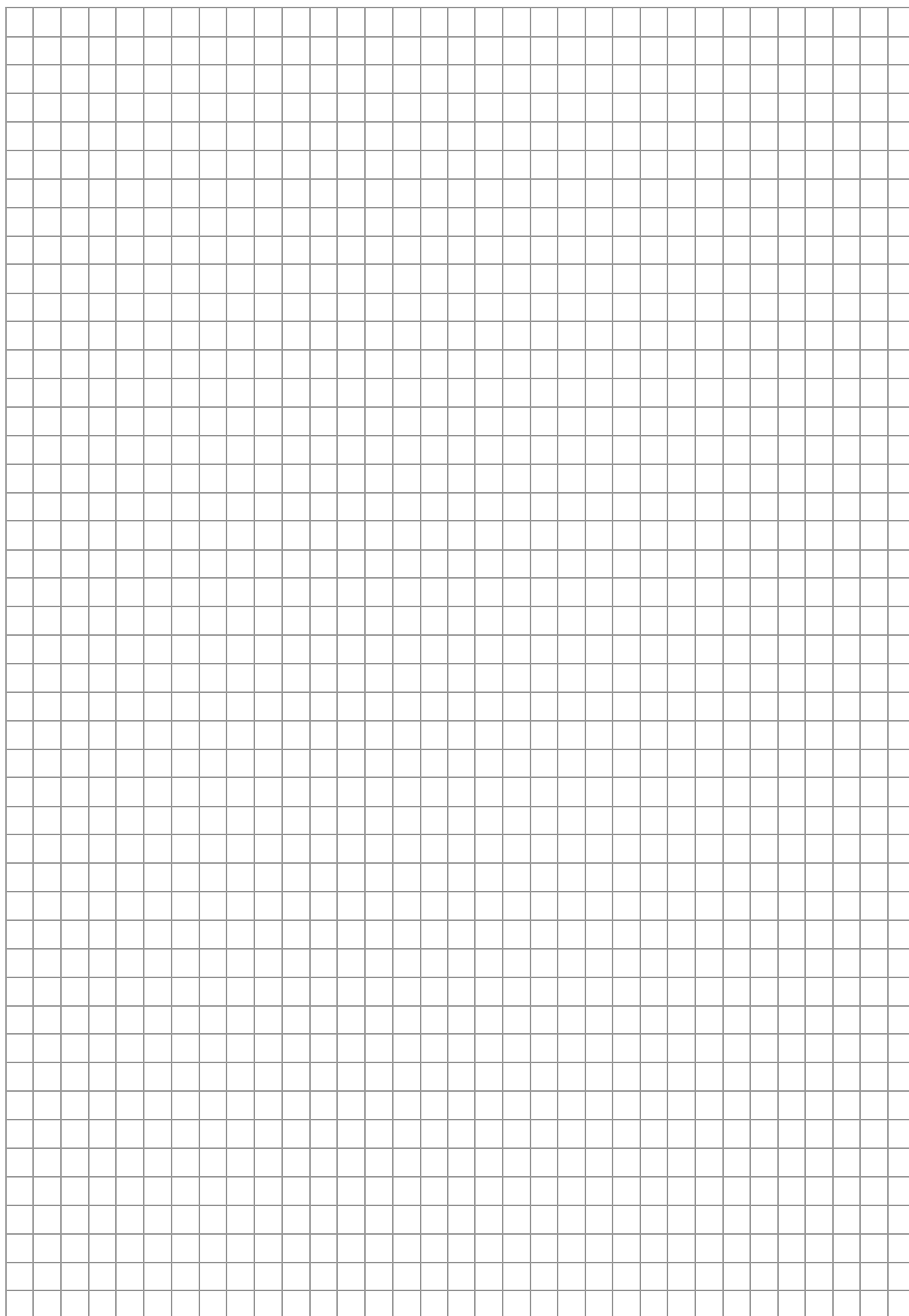
BRUDNOPIS (nie podlega sprawdzeniu)



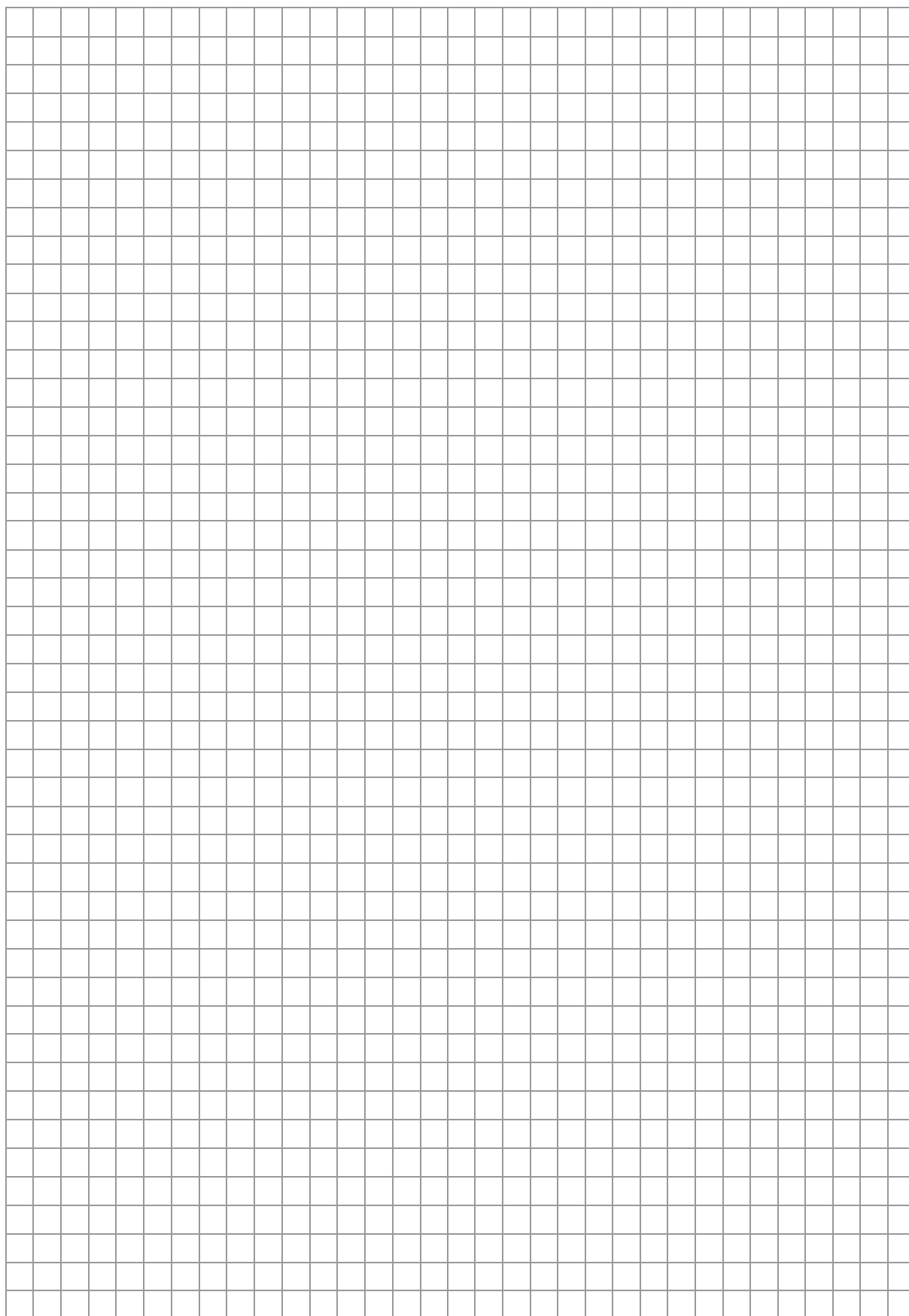
BRUDNOPIS (nie podlega sprawdzeniu)



BRUDNOPIS (nie podlega sprawdzeniu)



BRUDNOPIS (nie podlega sprawdzeniu)





MODEL ODPOWIEDZI I SCHEMAT OCENIANIA

KONKURS MATEMATYCZNY

DLA UCZNIÓW SZKOŁY PODSTAWOWEJ

ROK SZKOLNY 2022/2023

ETAP TRZECI

Numer zadania	Odpowiedź	Liczba punktów
1.	D	1
2.	A	1
3.	A	1
4.	C	1
5.	A	1
6.	2025	1
7.	P	1
	F	1
	P	1
	F	1
8.	88^0	1
	70^0	1
9.	12	1
	10	1
10.	23	1
11.	14	1
12.	3	1
	36π	1
13.	(8,2)	1
	24	1
	$16 + 4\sqrt{10}$	1
14.	1025	1

Numer zadania	Etap rozwiązania	Odpowiedź	Liczba punktów
15.	Wprowadzenie oznaczeń i zapisanie jednego równania zgodnie z warunkami zadania.	np. x – cyfra dziesiątek y – cyfra jedności $10x + y = 5(x + y) + 11$	1
	Zapisanie układu równań zgodnie z warunkami zadania.	np. $\begin{cases} 10x + y = 5(x + y) + 11 \\ 10y + x = 2(x + y + 11) + 19 \end{cases}$	2
	Rozwiązanie układu równań i poprawne obliczenie jednej niewiadomej.	np. $x = 7$	3
	Obliczenie drugiej niewiadomej i podanie liczby dwucyfrowej	$y = 6$ 76	4
16.	Poprawne obliczenie pola powierzchni ściany wielościanu będącej kwadratem.	18 cm^2	1
	Poprawne obliczenie długości boku trójkąta równobocznego będącego ścianą wielościanu.	$3\sqrt{2} \text{ cm}$	2
	Poprawne obliczenie pola powierzchni ściany wielościanu będącej trójkątem równobocznym.	$\frac{9\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$	3
	Poprawne obliczenie pola wielościanu.	$(108 + 36\sqrt{3}) \text{ cm}^2$	4
17.	Wprowadzenie oznaczeń i poprawne zapisanie liczby ocen celujących.	np. x – liczba uczniów $0,3x - 5$ – liczba ocen celujących	1
	Poprawne zapisanie równania z jedną niewiadomą wyrażającego średnią ocen.	$\frac{0,3x \cdot 5 + \frac{2}{5}x \cdot 4 + 5 \cdot 3 + (0,3x - 5) \cdot 6}{x} = 4,4$	2

	Obliczenie liczby uczniów piszących sprawdzian.	30	3
	Obliczenie liczby ocen celujących.	4	4
18.	Poprawne obliczenie długości podstaw trapezu.	23 13	1
	Zauważenie, że jeden z trójkątów, na które przekątna podzieliła trapez jest trójkątem równoramiennym i poprawne podanie długości ramienia trapezu.	13	2
	Poprawne obliczenie długości wysokości trapezu.	12	3
19.	Poprawne zapisanie zależności długości wysokości ostrosłupa od długości krawędzi podstawy lub odwrotnie.	np. $H = a\sqrt{3}$	1
	Poprawne zapisanie równania z jedną niewiadomą wyrażającego objętość ostrosłupa.	np. $\frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{3} = 16$	2
	Obliczenie długości wysokości ostrosłupa.	$H = 4\sqrt{3}cm$	3

Za poprawne rozwiązanie zadań inną niż podana powyżej **poprawną metodą** przyznaje się odpowiednią liczbę punktów.