Praca domowa

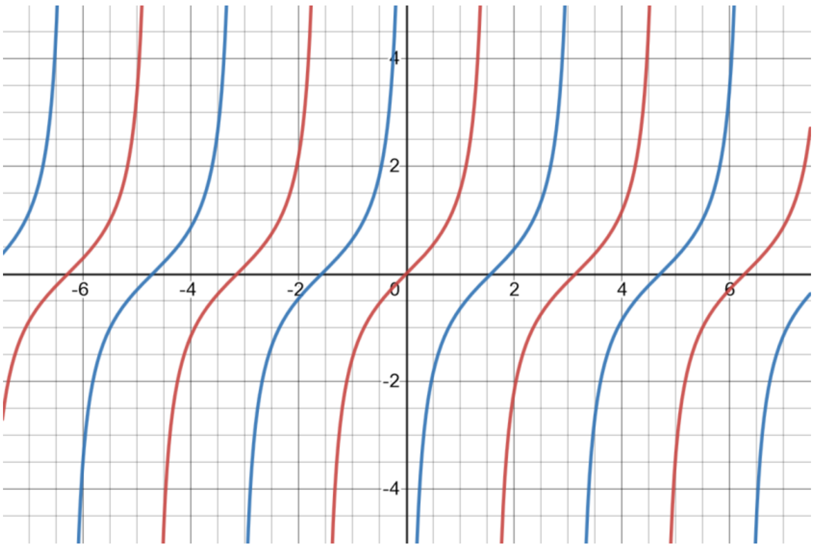
Zadania: 3.89/f, g, h, 8.40/c, f, 8.41/d, 8.42/d ze zbioru M. Kurczab, E. Kurczab, E. Świda, Zbiór zadań dla liceów i techników klasa 2, Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro.

Rozwiązania zadań z pracy domowej

Zadanie 8.39 Korzystamy z podstawowych własności przesunięcia (translacji) wykresu danej funkcji $f(x)$ o wektor $\vec{u} = [p, q]$, mianowicie

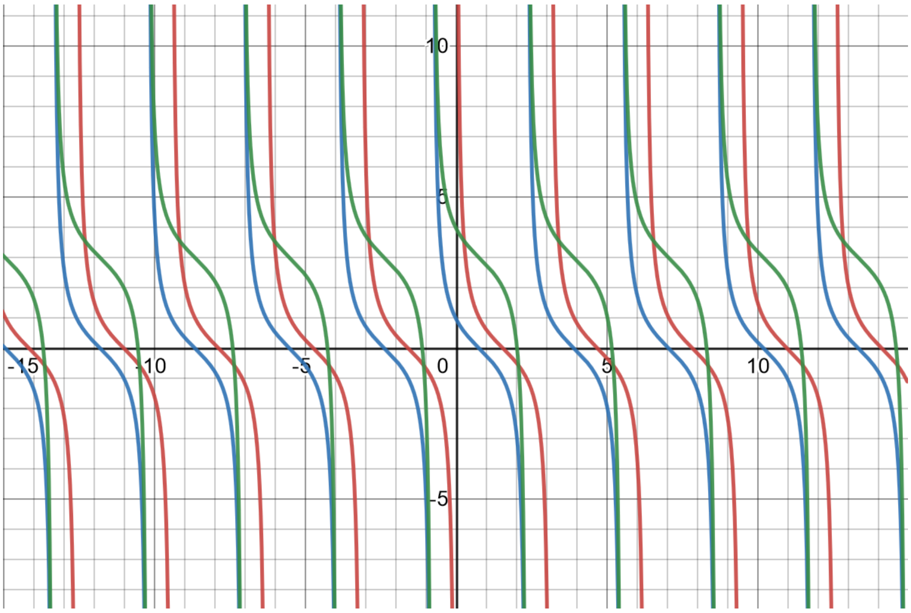
$$f(x) \xrightarrow{T[p,q]} g(x) = f(x - p) + q.$$

f) $y = \operatorname{tg} x \xrightarrow{T[0,\frac{\pi}{2}]} y = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$



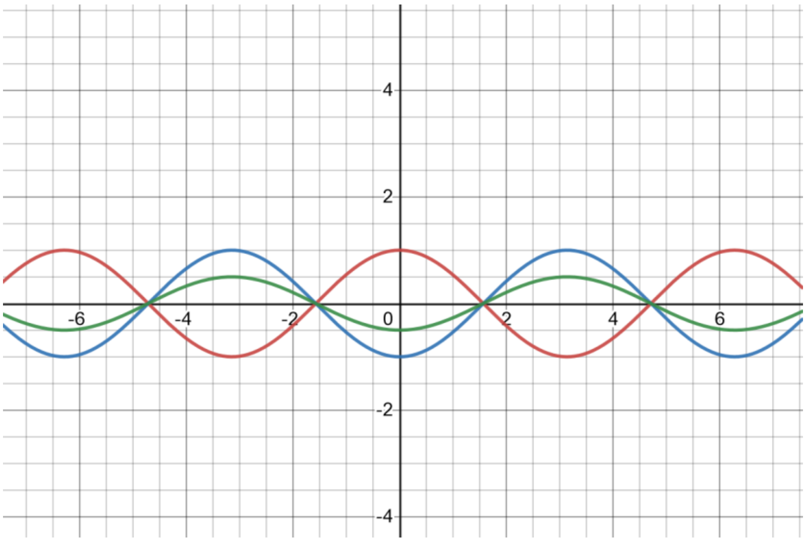
Uwaga: docelowy wykres ma kolor niebieski.

g) $y = \operatorname{ctg} x \xrightarrow{T[-\frac{\pi}{4},3]} y = \operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 3$



Uwaga: czerwony wykres $y = \operatorname{ctg} x$, niebieski wykres $y = \operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$, docelowy wykres ma kolor zielony.

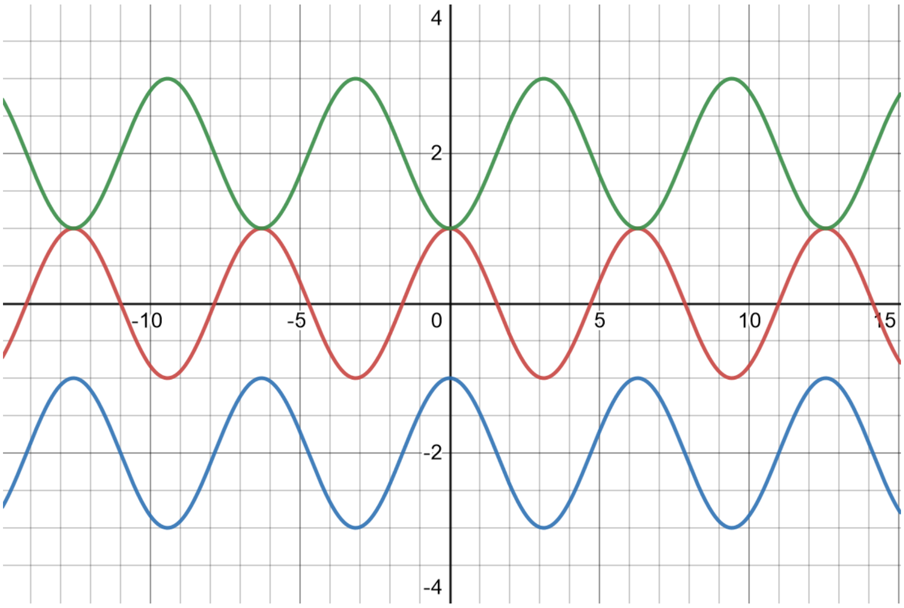
h) $y = \cos x \xrightarrow{T(\pi,0)} y = \cos(x - \pi) \xrightarrow{P_{OX}^{k=0.5}} y = \frac{1}{2}\cos(x - \pi)$



Uwaga: czerwony wykres $y = \cos x$, niebieski wykres $y = \cos(x - \pi)$, docelowy wykres ma kolor zielony.

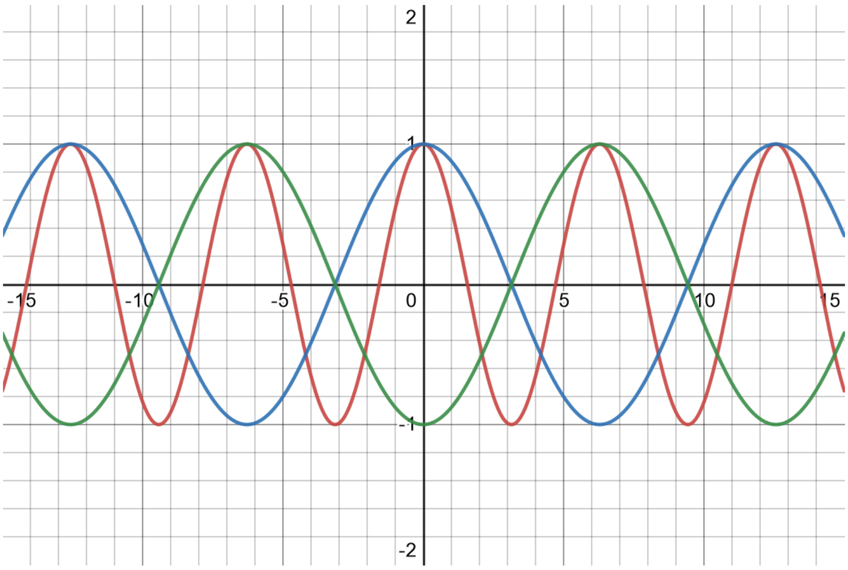
Zadanie 8.40 Stosujemy znane własności przekształceń wykresów funkcji, zapisując na wstępie sekwencję zastosowanych przekształceń.

c) $y = \cos x \xrightarrow{T[0,-2]} y = \cos x - 2 \xrightarrow{|\ldots|} y = |\cos x - 2|$



Uwaga: czerwony wykres $y = \cos x$, niebieski wykres $y = \cos x - 2$, docelowy wykres ma kolor zielony.

f) $y = \cos x \xrightarrow{P_{OY}^{k=2}} y = \cos\left(\frac{1}{2}x\right) \xrightarrow{S_{OX}} y = -\cos\left(\frac{1}{2}x\right)$

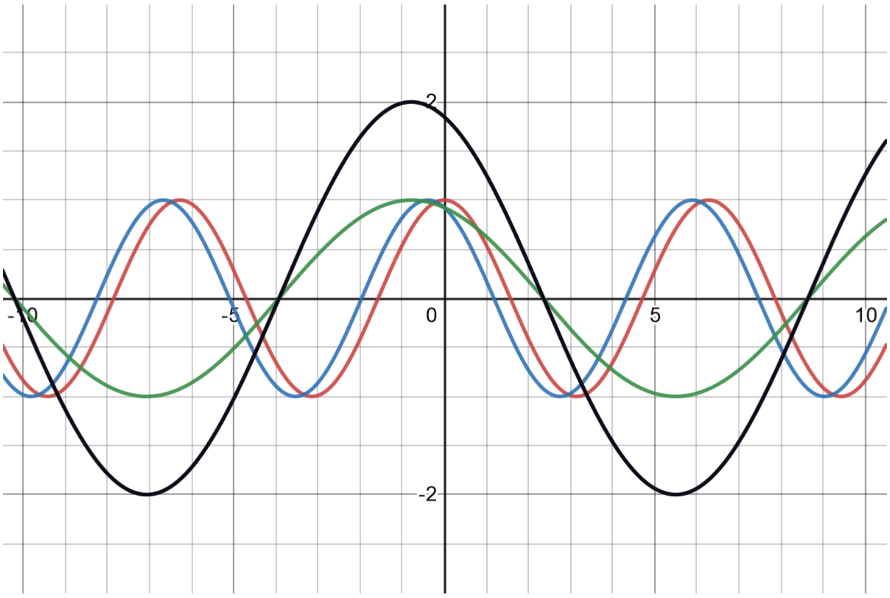


Uwaga: czerwony wykres $y = \cos x$, niebieski wykres $y = \cos\left(\frac{1}{2}x\right)$, docelowy wykres ma kolor zielony (symetria niebieskiego względem OX).

Możliwa inna kolejność przekształceń: $y = \cos x \xrightarrow{S_{OX}} y = -\cos x \xrightarrow{P_{OY}^{k=2}} y = -\cos\left(\frac{1}{2}x\right)$

<u>Zadanie 8.41</u>

d) $y = \cos x \xrightarrow{T\left[-\frac{\pi}{8},0\right]} y = \cos\left(x + \frac{\pi}{8}\right) \xrightarrow{P_{OY}^{k=2}} y = \cos\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{8}\right) \xrightarrow{P_{OX}^{k=2}} y = 2\cos\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{8}\right)$



Uwaga: czerwony wykres $y = \cos x$, niebieski wykres $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{8}\right)$, niebieski wykres $y = \cos\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{8}\right)$, docelowy wykres ma kolor czarny.

Zauważmy, że przekształcając wzór funkcji do postaci $y = 2\cos\left(\frac{1}{2}\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right)$ możemy otrzymać inne rozwiązanie zadania

$$y = \cos x \xrightarrow{P_{OY}^{k=2}} y = \cos\left(\frac{1}{2}x\right) \xrightarrow{T\left[-\frac{\pi}{4},0\right]} y = \cos\left(\frac{1}{2}\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right) \xrightarrow{P_{OX}^{k=2}} y = 2\cos\left(\frac{1}{2}\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right).$$

Zadanie 8.42

d) $y = \frac{|\cos x|}{\cos x}$

Dziedzinę funkcji opisuje warunek $\cos x \neq 0$, zatem

$$D = \mathbb{R} - \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi : k \in C\right\}.$$

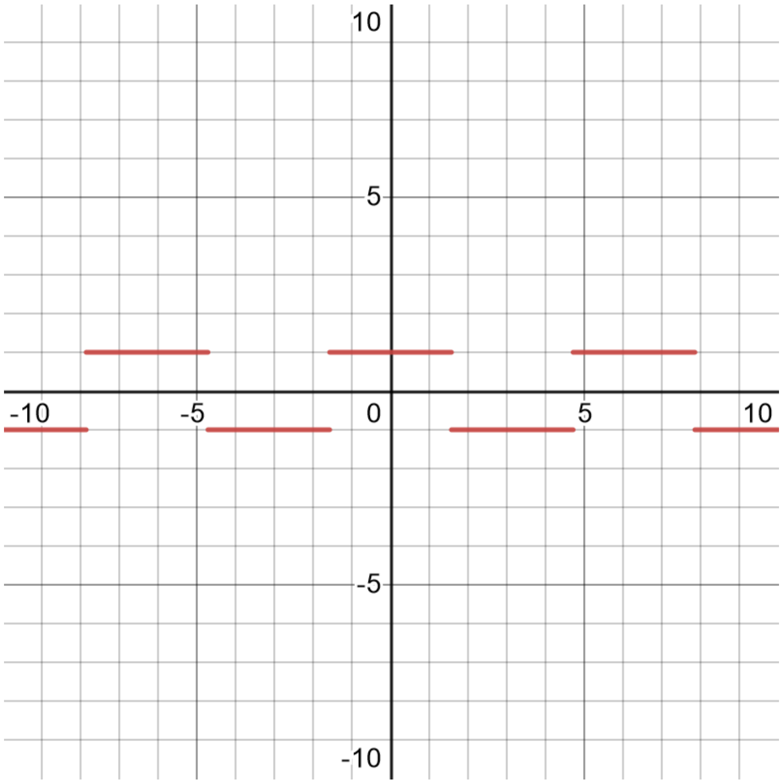
Patrząc na wykres funkcji $y = \cos x$ stwierdzamy, że

$$|\cos x| = \begin{cases} -\cos x, & \text{dla } x \in \left(\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{3\pi}{2} + k\pi\right) \\ \cos x, & \text{dla } x \in \langle -\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi \rangle \end{cases}$$

dla dowolnej liczby całkowitej *k*. Tym samym, po uwzględnieniu dziedziny mamy

$$y = \frac{|\cos x|}{\cos x} = \begin{cases} -1, & \text{dla } x \in \left(\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{3\pi}{2} + k\pi\right) \\ 1, & \text{dla } x \in \left(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right) \end{cases}$$

gdzie *k* jest dowolną liczbą rzeczywistą.



Otrzymujemy wykres funkcji przedziałami stałej, końce poziomych odcinków są otwarte.