# Zadania z poleceniem - *Uzasadnij*

## w edukacji matematycznej uczniów szkół podstawowych i klas gimnazjalnych

Zadania pochodzą z arkuszy egzaminacyjnych i informatora CKE,
egzaminów próbnych i zbiorów zadań wyd. Operon, Nowa Era, WSiP, GWO

Opracowanie powstało we współpracy grupy nauczycieli matematyki szkół lubelskich:

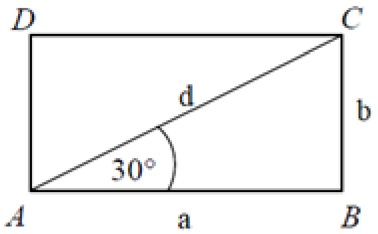
*Kinga Adamkiewicz - SP 52, Anna Biernat - SP 6, Iwona Drobek - ZS nr 12,
Magdalena Jaskot - SP 40, Agnieszka Kazana - SP 19, Łukasz Sprawka - SP 40,
Justyna Sójka - SP 30, Anna Żurawska - SP 20,
Elżbieta Wojtowicz - SP 30 – doradca metodyczny nauczycieli matematyki m.Lublin*

Materiał przygotowany we współpracy grupy nauczycieli matematyki,
Lublin 2018

# GEOMETRIA

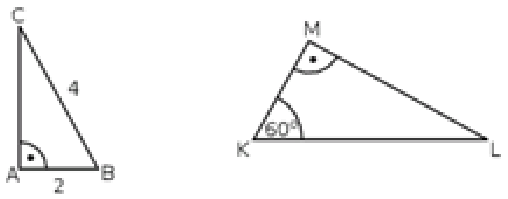
Zadanie 1

Przekątna prostokąta ABCD nachylona jest do jednego z jego boków pod kątem 30.
Uzasadnij, że pole prostokąta ABCD jest równe polu trójkąta równobocznego o boku równym przekątnej tego prostokąta.



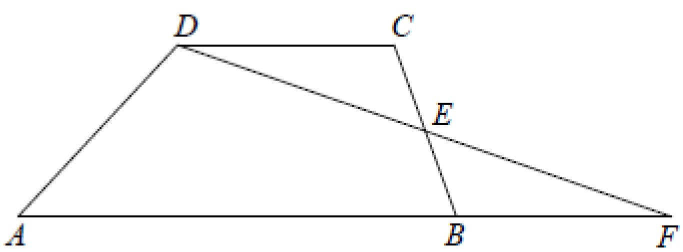

Zadanie 2

Uzasadnij, że trójkąty prostokątne ABC i KLM przedstawione na rysunku są podobne.



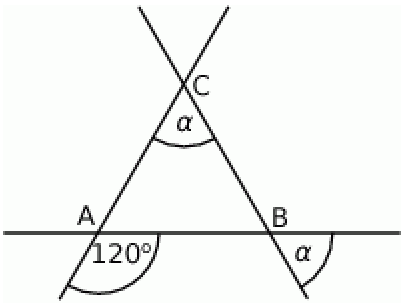

Zadanie 3

Na rysunku przedstawiono trapez ABCD i trójkąt AFD. Punkt E leży w połowie odcinka BC.
Uzasadnij, że pole trapezu ABCD i pole trójkąta AFD są równe.



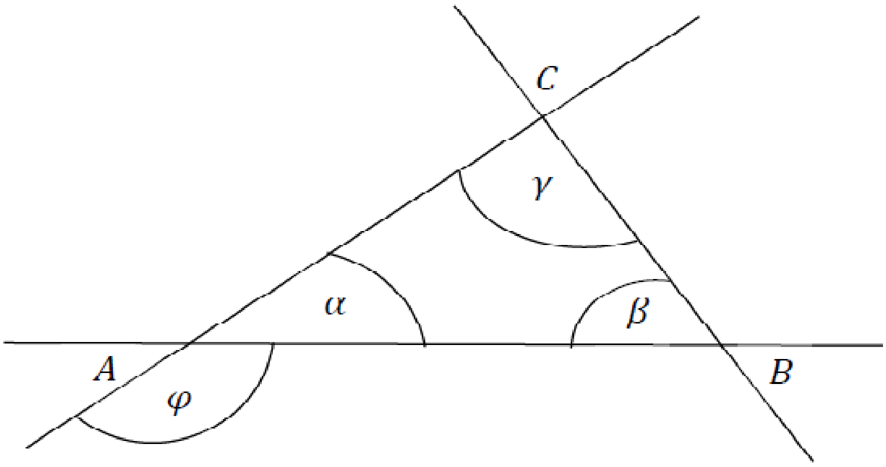
Zadanie 4

Trzy proste przecinające się w sposób przedstawiony na rysunku tworzą trójkąt ABC. Uzasadnij, że trójkąt ABC jest równoboczny.



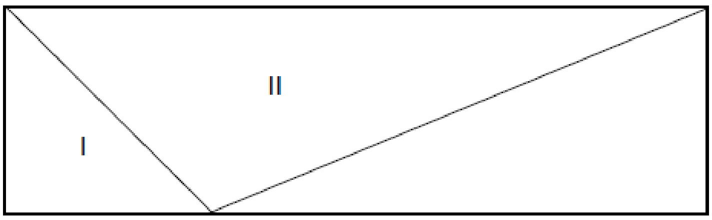

Zadanie 5

Uzasadnij, że miara kąta zewnętrznego trójkąta ABC jest równa sumie miar jego kątów wewnętrznych $\beta$ i $\gamma$.

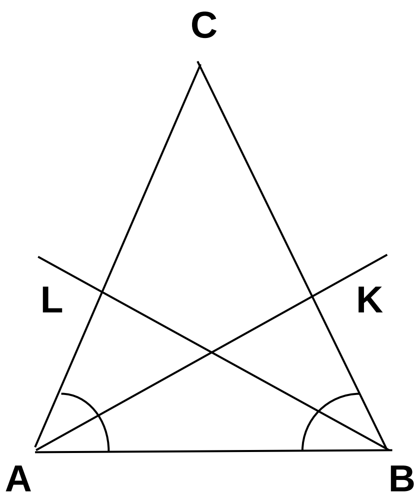



Zadanie 6

W prostokącie przedstawionym na rysunku jeden bok jest 3 razy dłuższy od drugiego. Prostokąt podzielono na trzy trójkąty w taki sposób, że trójkąt I jest trójkątem równoramiennym. Uzasadnij, że pole trójkąta II jest 3 razy większe od pola trójkąta I.



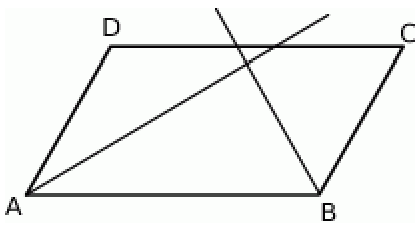
Zadanie 7
Trójkąt ABC jest równoramienny (|AC| = |BC|). Z wierzchołków A i B poprowadzono dwusieczne kątów, które przecinają ramiona trójkąta w punktach K i L (patrz rysunek). Uzasadnij, że odcinki AK i BL są równej długości.




Zadanie 8
Przekątna AC trapezu prostokątnego ABCD jest prostopadła do ramienia BC. Kąt rozwarty tego trapezu ma miarę 120°. Uzasadnij, że długość podstawy CD stanowi 34 długości postawy AB.

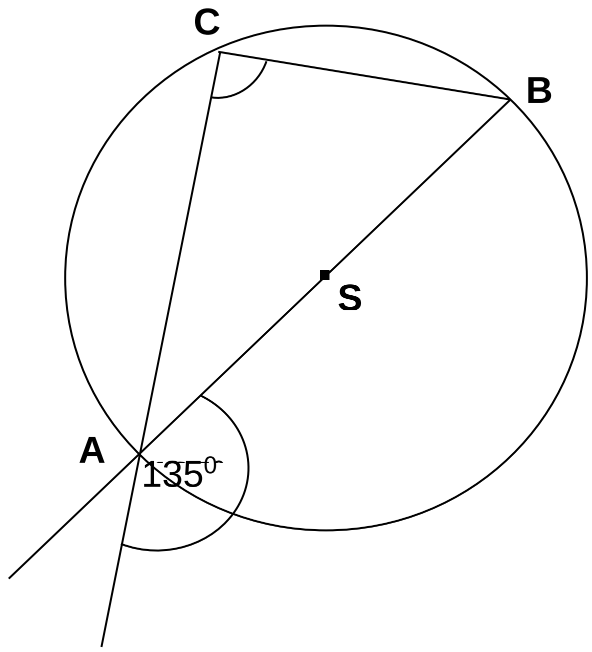
Zadanie 9
Wysokości trójkąta równobocznego *ABC* przecinają się w punkcie *P.* Wykaż, że pole trójkąta *ABP* jest trzy razy mniejsze niż pole trójkąta *ABC.*

Zadanie 10
Uzasadnij, że dwusieczne kątów BAD i ABC równoległoboku ABCD są prostopadłe.



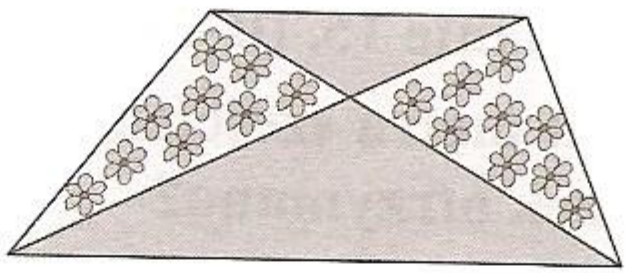

Zadanie 11
Obwód trójkąta równoramiennego jest równy 15 cm, a długości jego boków są liczbami naturalnymi. Podaj długości jego boków. Wypisz wszystkie możliwości. Czy wśród trójkątów jest trójkąt prostokątny? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 12
Czy trójkąt ABC jest trójkątem prostokątnym równoramiennym? Uzasadnij odpowiedź.

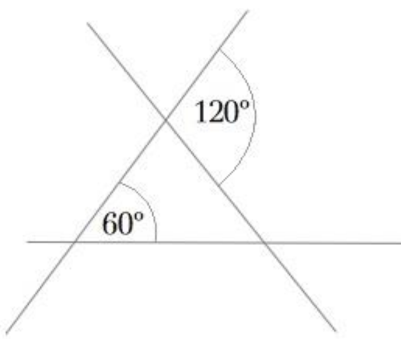



S- środek okręgu

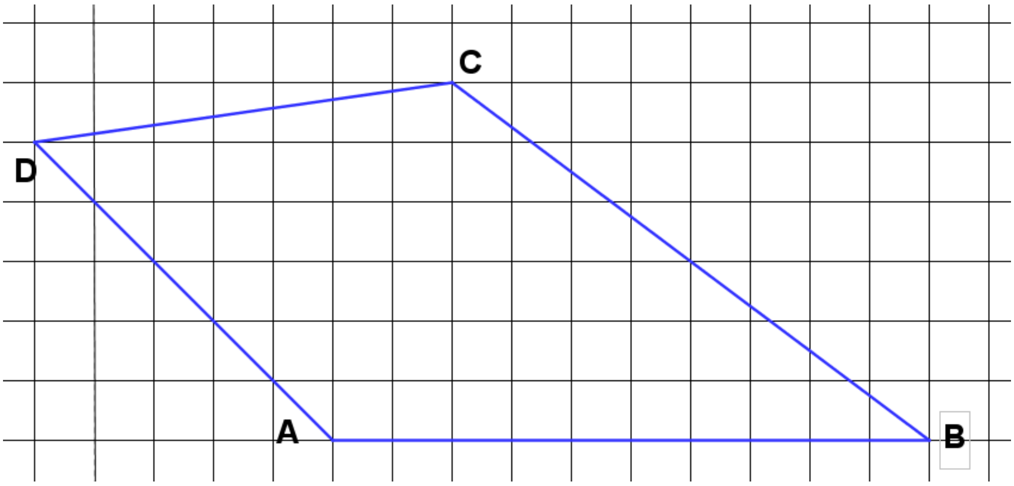
Zadanie 13
Przedstawiony na rysunku teren ma kształt trapezu. Uzasadnij, że pola rabat z kwiatami są równe.



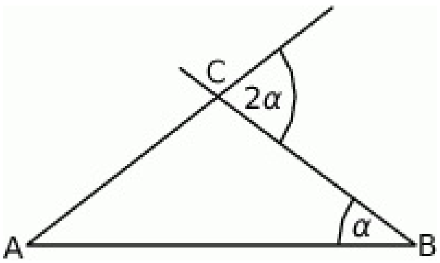
Zadanie 14
Uzasadnij, że trójkąt na rysunku jest równoboczny.



Zadanie 15
Uzasadnij, że czworokąt ABCD przedstawiony na rysunku jest deltoidem.

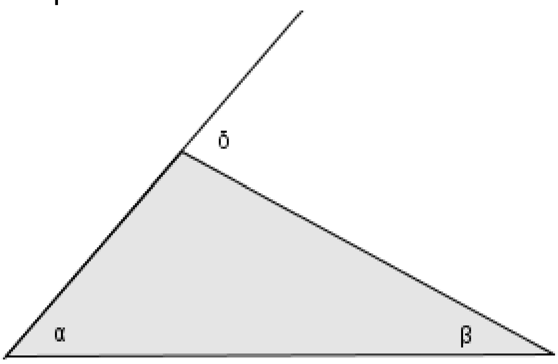



Zadanie 16
Uzasadnij, że oba kąty przy podstawie AB trójkąta ABC są równe.



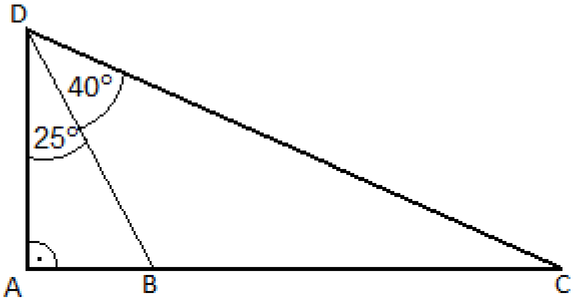

Zadanie 17
Trójkąt równoramienny ABC, w którym AC = BC, rozcięto odcinkiem CD na dwa trójkąty równoramienne DCA i BCD tak, że AC = AD oraz CD = BD. Udowodnij, że ∢CAB = 36°.

Zadanie 18
Uzasadnij, że kąt oznaczony na rysunku litera δ ma miarę równą sumie miar kątów α i β.



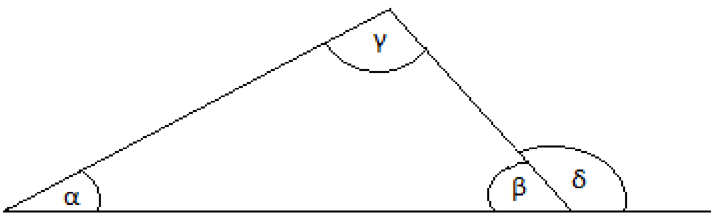
Zadanie 19

Uzasadnij, że trójkąty *ABD* i *ACD* przedstawione na rysunku są podobne.



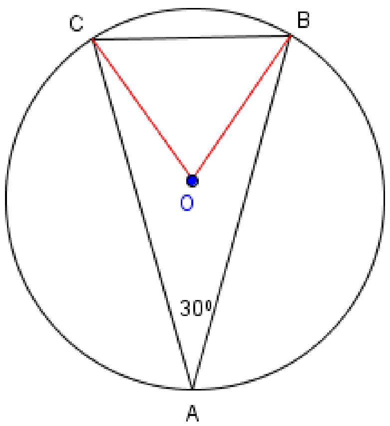

Zadanie 20

Kąty wewnętrzne trójkąta mają miary α, β i γ, a kąt przyległy do kąta o mierze β ma miarę δ (rysunek poniżej). Wykaż, że δ = α + γ.




Zadanie 21

W okrąg o środku O wpisano trójkąt ABC taki, że AB = AC (rysunek poniżej).
Uzasadnij, że trójkąt OBC jest równoboczny.

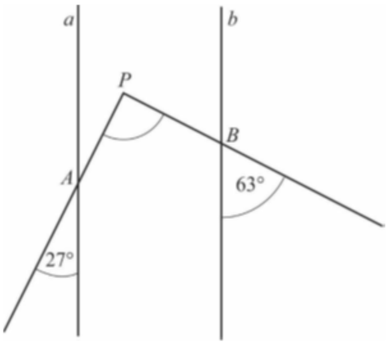



Zadanie 22

Uzasadnij, że różnica kwadratów długości podstaw trapezu prostokątnego jest równa różnicy kwadratów długości jego przekątnych.

Zadanie 23

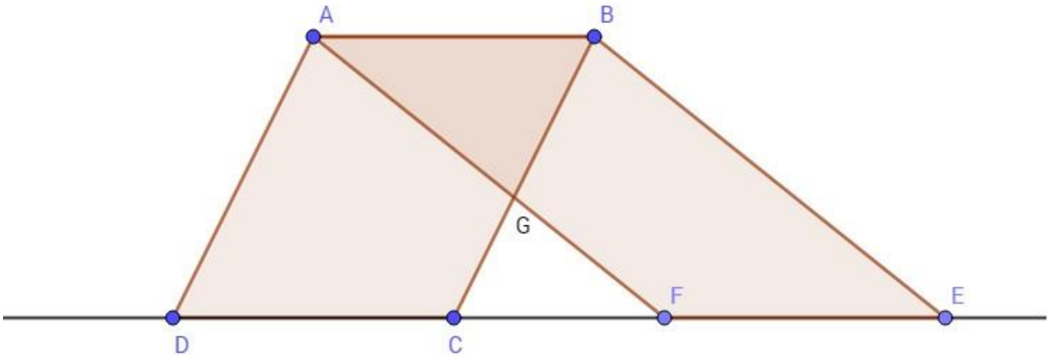
Proste a i b są równoległe.



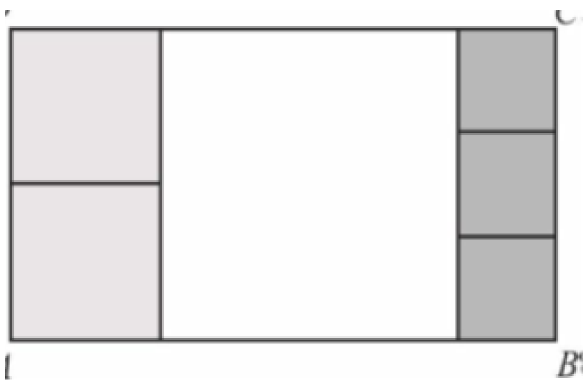

Półproste PA i PB przecinają te proste, w wyniku czego tworzą z nimi kąty ostre o miarach podanych na rysunku. Uzasadnij, że kąt APB jest prosty.

Zadanie 24

Na rysunku przedstawiono dwa równoległoboki ABCD i ABEF. Uzasadnij, że czworokąty CDAG oraz EFGB mają równe pola.




Zadanie 25



Prostokąt ABCD podzielono na 6 kwadratów: jeden duży, dwa średnie i trzy małe, jak na rysunku. Uzasadnij, że pole powierzchni dużego kwadratu jest większe niż połowa powierzchni prostokąta ABCD.

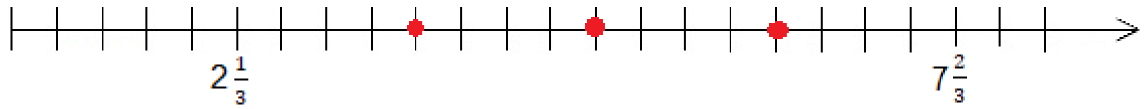
# ARYTMETYKA, ALGEBRA

Zadanie 26
Uzasadnij, że jeśli liczba jest podzielna przez 15 i przez 14, to jest podzielna przez 10.

Zadanie 27
Za przejazd autostradą Karol zapłacił 8,4 euro. Potem powiedział, że płacił tylko monetami o nominałach 0,20 euro i 0,50 euro i że monet tych było 20. Czy może to być prawda? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 28
Zapisano trzy różne liczby, których średnia arytmetyczna jest równa 4, oraz dwie inne liczby, których średnia arytmetyczna jest równa 2. Uzasadnij, że średnia arytmetyczna zestawu tych pięciu liczb jest równa 3,2. Zapisz obliczenia.

Zadanie 29
Na osi liczbowej wskazano położenie liczb $2\frac{1}{3}$ i $7\frac{2}{3}$ oraz zaznaczono kropkami trzy inne liczby. Uzasadnij, że jedna z liczb oznaczonych kropką jest całkowita.




Zadanie 30
Uzasadnij, że jeśli od liczby trzycyfrowej odejmiemy sumę jej cyfr, to otrzymany wynik jest podzielny przez 3.

Zadanie 31
Oceń, czy prawdziwe jest następujące stwierdzenie:
*Mediana zestawu liczb całkowitych parzystych jest liczbą parzystą.*
Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 32
Suma cyfr liczby dwucyfrowej jest podzielna przez 3. Wykaż, że ta liczb dwucyfrowa jest podzielna przez 3.

Zadanie 33
Uzasadnij, że suma trzech kolejnych liczb całkowitych, nieparzystych jest liczbą nieparzystą.

Zadanie 34
Uzasadnij, że pierwszy dzień września i pierwszy dzień grudnia tego samego roku wypadają w tym samym dniu tygodnia.

Zadanie 35
Wykaż, że jeśli do danej liczby dwucyfrowej dodamy liczbę z przestawionymi cyframi to otrzymamy liczbę podzielną przez 11.

Zadanie 36
Wykaż, że suma pięciu kolejnych liczb naturalnych nie może być liczbą pierwszą.

Zadanie 37
Wykaż, że liczba $a = 3^{27} + 3^{29}$ jest podzielna przez 30.

Zadanie 38
Uzasadnij, że wartość wyrażenia $3^{43} + 3^{46}$ jest liczbą parzystą.

# Rozwiązania

## GEOMETRIA

1.

Δ ABC jest trójkątem o kątach 30°, 60°, 90°, zatem

$b = \frac{1}{2} d$

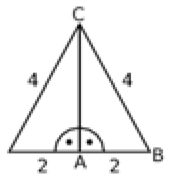
$a = \frac{\sqrt{3}}{2} d$

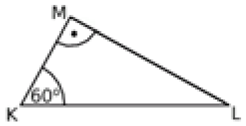
$P_{pr} = ab = \frac{\sqrt{3}}{2} d \cdot \frac{1}{2} d = \frac{\sqrt{3}}{4} d^2$

$P_{tr} = \frac{d^2\sqrt{3}}{4}$

$P_{tr} = P_{pr}$

2.

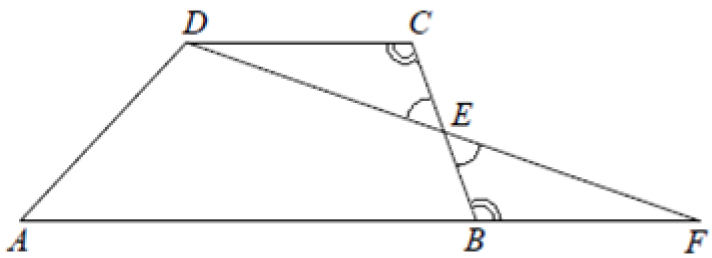





$|\sphericalangle KLM| = 180° - 90° - 60° = 30°$

W trójkącie ABC przyprostokątna AB jest połową przeciwprostokątnej BC, co oznacza, że trójkąt ABC jest połową trójkąta równobocznego, czyli jego kąty ostre mają miary 30° i 60°. Miary kątów tych trójkątów są równe, zatem trójkąty ABC i KLM są podobne.

3.




Zauważmy, że:

$P_{ABCD} = P_{ABED} + P_{CED}$

$P_{AFD} = P_{ABED} + P_{BEF}$

Aby wykazać równość pól trapezu ABCD i trójkąta AFD wystarczy wykazać, że trójkąty BEF i CED są przystające.

|CE| = |EB| - z warunków zadania

$|\sphericalangle CED| = |\sphericalangle FEB|$ - jako kąty wierzchołkowe

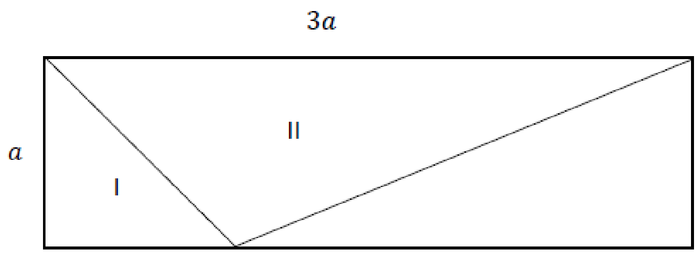
$|\sphericalangle EBF| = |\sphericalangle ECD|$ - jako kąty naprzemianległe, gdyż (AF||DC)

Stąd trójkąty BEF i CED są przystające (na podstawie cechy przystawania trójkątów kbk), czyli mają równe pola.

4.
Korzystając z własności kątów wierzchołkowych otrzymujemy: $|\sphericalangle ABC|=\alpha$.
Korzystając z własności kątów przyległych otrzymujemy otrzymujemy:
$|\sphericalangle CAB|=180°-120°=60°$
Korzystając z twierdzenia o sumie kątów w trójkącie mamy: $|\sphericalangle ABC|+|\sphericalangle BCA|+|\sphericalangle CAB|=180°$
$\alpha+\alpha+60°=180°$
$2\alpha=120°$
$\alpha=60°$
Czyli: $|\sphericalangle CAB|=60°$,$|\sphericalangle ABC|=60°$,$|\sphericalangle BCA|=60°$.
Z tego wynika, że trójkąt ABC jest trójkątem równobocznym.

5.
Z własności miar kątów przyległych: $\varphi=180°-$ .
W trójkącie ABC: $\alpha + \beta + \gamma= 180°$, stąd $\beta+\gamma= 180°- \alpha$.
Zatem $\varphi=\beta+\gamma$.

6.
Trójkąt I jest równoramienny, czyli jego dwa boki mają tę samą długość, więc można je oznaczyć tą samą literą – na przykład $a$. Skoro krótszy bok prostokąta ma długość $a$, to znaczy, że dłuższy bok ma długość $3a$.




$$P_I = \frac{a \cdot a}{2}$$
$$P_{II} = \frac{3a \cdot a}{2} = 3 \cdot \frac{a \cdot a}{2}$$
$$P_{II} = 3 \cdot P_I$$

7.
Mamy dany trójkąt równoramienny ABC, w którym |AC| = |BC|. Wiadomo, że w trójkącie równoramiennym kąty przy podstawie są równe, zatem |∡BAC| = |∡ABC|. Wiadomo również z definicji, że dwusieczna kąta dzieli go na dwie równe części.
Weźmy pod uwagę trójkąty ABK i ABL.

- trójkąty te mają wspólną podstawę AB,
- kąty ∡BAL i ∡ABK są równe, bo |∡BAC| = |∡ABC|,

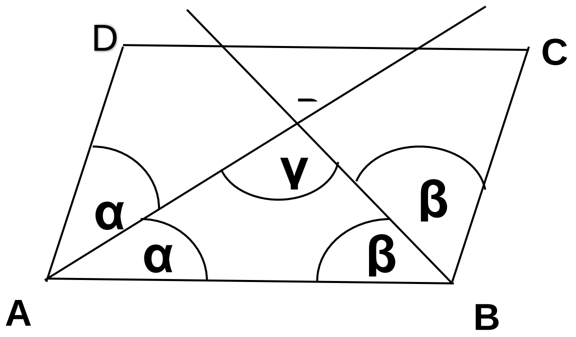
- także kąty ∡BAK i ∡ABL są równe, bo każdy z nich jest odpowiednio połową kąta ∡BAC i ∡ABC, które są równe.

Zatem trójkąty ABK i ABL mają równy jeden bok i dwa przylegające do niego kąty. Na podstawie cechy przystawania trójkątów (kbk) możemy stwierdzić, że te trójkąty są przystające. Stąd wynika, że wszystkie boki tych trójkątów są odpowiednio równe, w szczególności |AK| = |BL|, co należało uzasadnić.

8.
Zauważamy, że kąty ostre trójkąta ABC mają miary 30° i 60°.
Korzystamy z zależności między bokami w trójkącie prostokątnym o kątach ostrych 30° i 60° oraz wskazujemy długość krótszej przekątnej trapezu.
Zauważamy, że miary kątów trójkąta ACD są równe odpowiednio 30°, 60° i 90° oraz opisanie długości krótszej podstawy trapezu.
Wyznaczamy ilorazu długości podstaw trapezu.

9.
Trójkąty *ABC* i *ABP* mają wspólną podstawę. Różnią się jednak długościami wysokości. Punkt przecięcia wysokości trójkąta równobocznego dzieli każdą wysokość na dwie części, z których jedna jest dwa razy dłuższa niż druga. Z tego wynika, że wysokość trójkąta *ABC* jest trzy razy dłuższa niż wysokość trójkąta *ABP*. Pole trójkąta *ABP* jest zatem trzy razy mniejsze od pola trójkąta *ABC.*

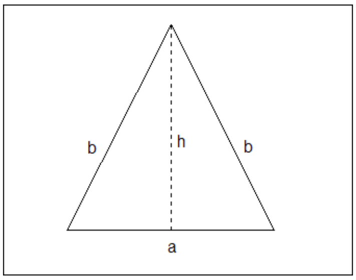
10.




Korzystając z definicji dwusiecznej, mamy:
|∡BAP| = |∡DAP| = α oraz |∡CBP| = |∡ABP| = β.
Korzystając z własności miar kątów w równoległoboku, mamy:
$2\alpha + 2\beta = 180^0$, a stąd $\alpha + \beta = 90^0$.
Korzystając z twierdzenia o sumie kątów trójkąta, mamy:
$|∡APB| = 180^0 - (\alpha + \beta) = 180^0 - 90^0 = 90^0$.
Odpowiedź: Dwusieczne AP i BP są prostopadłe.

11.

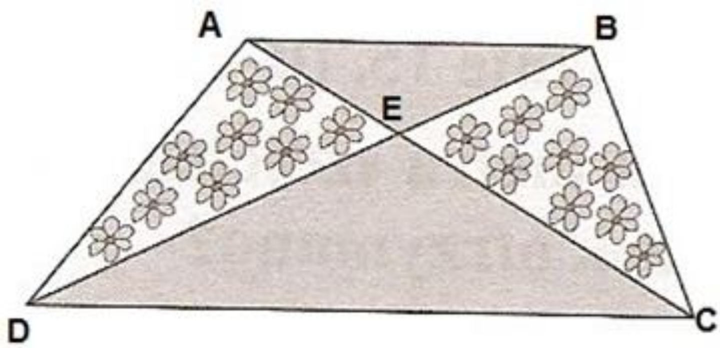
$a + 2b = 15$; $a, b \in N$




Są cztery trójkąty równoramienne o obwodzie 15 cm i długościach boków będących liczbami naturalnymi: (1, 7, 7); (3, 6, 6); (5, 5, 5); (7, 4, 4).
Jedyny trójkąt, który może być prostokątny to trójkąt o bokach 7, 4, 4, ponieważ przeciwprostokątna jest bokiem najdłuższym.
Sprawdzamy czy: $7^2 = 4^2 + 4^2$, $49 \neq 32$, więc żaden trójkąt nie jest prostokątny.

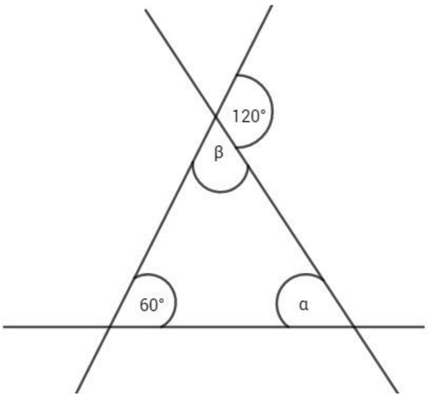
12.
Z własności kątów przyległych:
$|\sphericalangle CAB| = 180^0 - 35^0 = 45^0$.
Z twierdzenia o sumie miar kątów wewnętrznych w trójkącie:
$|\sphericalangle ABC| = 180^0 - (45^0 + 90^0) = 180^0 - 135^0 = 45^0$.
Odpowiedź: Otrzymaliśmy trójkąt prostokątny o kątach ostrych równych $45^0$. Trójkąt taki nazywamy prostokątnym równoramiennym.

13.




Trójkąty *DCA* i *DCB* mają wspólną podstawę i tę samą wysokość,
więc $P_{\Delta DCA} = P_{\Delta DCB}$.
Stąd $P_{\Delta DCA} - P_{\Delta DCE} = P_{\Delta DCB} - P_{\Delta DCE}$,
czyli $P_{\Delta ADE} = P_{\Delta BCE}$.

14.

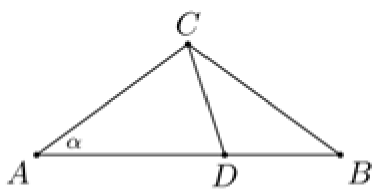



β + 120º = 180º
β = 60º
α + β + 60º = 180º
α = 60º
Wszystkie kąty trójkąta mają po 60º, zatem trójkąt jest równoboczny.

15.
Deltoid to czworokąt, który ma dwie pary sąsiednich boków równej długości.
Uzasadnimy, że BA = BC i DA = DC.
Czworokąt umieszczony jest na tle kwadratowej siatki. Przyjmijmy, że kwadraty tworzące tę siatkę mają bok długości 1. Wówczas:
BA = 10 i BC = $\sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$,
czyli BA = BC.
DA = $\sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50}$ i DC = $\sqrt{7^2 + 1^2} = \sqrt{50}$,
czyli DA = DC.
Czworokąt ma dwie pary sąsiednich boków równych, więc jest deltoidem.

16.
∢ABC = $180^{\circ} - 2\alpha$
∢BAC = $180^{\circ}$ – (∢ABC + ∢ACB) = $180^{\circ} - (\alpha + 180^{\circ} - 2\alpha) = \alpha$.

17.
Oznaczmy kąt BAC literą α:



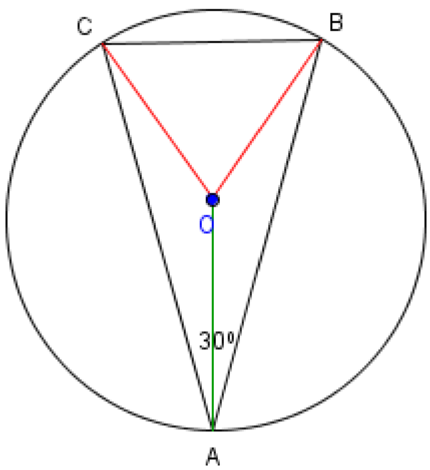

Wówczas ∢ABC = α (bo trójkąt ABC jest równoramienny) oraz ∢BCD = α (bo trójkąt BCD jest równoramienny). Zatem ∢ADC = ∢DCB + ∢BCD = 2α. Ponieważ trójkąt DCA jest równoramienny, więc ∢ACD = 2α. Stąd wynika, że ∢ACB = 3α.
Mamy zatem równanie
∢BAC + ∢ABC + ∢ACB = 180°,
czyli α + 3α + α = 180°. Zatem 5α = 180°, czyli α = 36°.

18.
Suma miar kątów trójkąta jest równa 180º. Zatem kąt przyległy do kąta δ ma miarę 180º - (α + β). Stąd δ = 180º - [ 180º - (α + β)] = α + β.

19.
Trójkąty *ABD* i *ACD* są prostokątne, więc wystarczy wykazać, że jeden z kątów ostrych w jednym i drugim trójkącie ma taką samą miarę. W trójkącie *ACD* mamy:
*∢ACD = 180° - 90° - (25° + 40°) = 25°.*
Kąt *ABD* w trójkącie *ABD* i kąt *ACD* w trójkącie *ACD* mają po *25*°, zatem trójkąty prostokątne *ABD* i *ACD* są podobne.

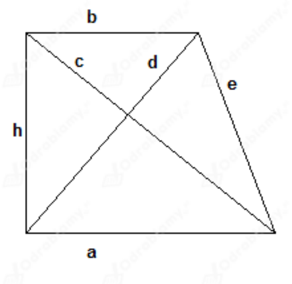
20.
Kąty α, β i γ to kąty wewnętrzne trójkąta, a zatem α + β + γ = 180º. Kąty β i δ są kątami przyległymi, stąd δ =180º - β = α + β + γ - β = α + γ.

21.
Dorysujmy kolorem zielonym promień OA. Wówczas trójkąty równoramienne OAB i OAC mają kąty ostre po 15°.




Mamy również:
∢ABC = ∢ACB = (180º - 30º) : 2 = 75º.
Zatem ∢OBC = 75º - 15º = 60º.
Podobnie uzasadniamy, że ∢OCB = 60º.
Stąd ∢BOC = 180º - 2·60º = 60º.
Wszystkie kąty wewnętrzne trójkąta OBC mają po 60º,
więc jest on równoboczny.

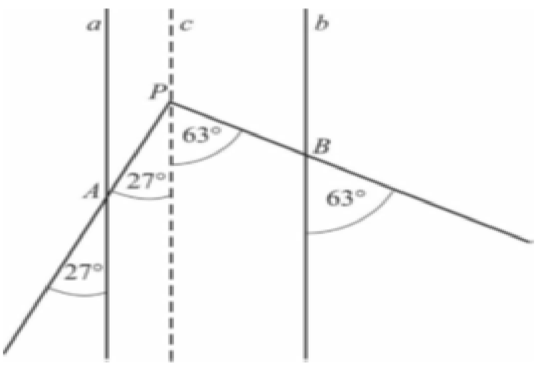
22.




Oznaczmy sobie przykładowy trapez o bokach
(a,b – podstawy; h – wysokość; c, d - przekątne )

Z tw.Pitagorasa mamy:
$a^2 + h^2 = c^2$
$b^2 + h^2 = d^2$
Po wyznaczeniu $h^2$ z drugiego równania i podstawieniu w miejsce $h^2$ do pierwszego równania otrzymujemy:
$a^2 + d^2 - b^2 = c^2$ , a stąd
$a^2 - b^2 = c^2 - d^2$

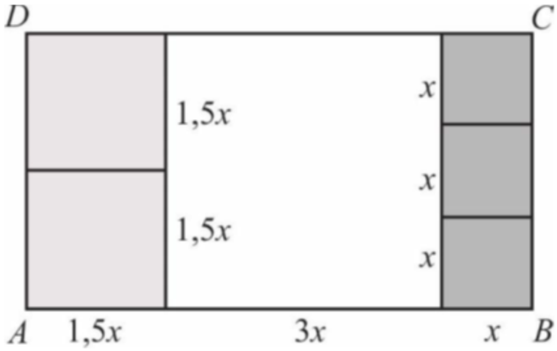
23.




Przez punkt *P* prowadzimy prostą *c* równoległą do *a* i *b*. Dzieli ona kąt *APB* na dwie części, z których jedna jest kątem odpowiadającym do 27°, a druga – do 63°, zatem $|\sphericalangle APB| = 27° + 63° = 90°$.
Kąt *APB* jest kątem prostym.

24.
Zauważmy najpierw, że równoległoboki ABCD i ABEF mają równe pola. Rzeczywiście, mają wspólną podstawę AB oraz równe wysokości opuszczone na tę podstawę.
Mamy zatem:
$P_{CDAG} = P_{ABCD} – P_{AGB} = P_{ABEF} – P_{AGB} = P_{EFGB}$.

25.




Jeśli długość boku małego kwadratu oznaczymy przez x, to duży kwadrat ma bok długości 3x, a średni ma bok długości 1,5x.
Pole prostokąta ABCD: $3x^2 + (3x)^2 + 2(1,5x)^2 = 16,5x^2$
Pole dużego kwadratu: $(3x)^2 = 9x^2$
Połowa pola prostokąta ABCD to $8,25x^2$.
Zatem duży kwadrat zajmuje ponad połowę pola prostokąta ABCD.

## ARYTMETYKA, ALGEBRA

26.
Niech liczba x dzieli się przez 14 oraz 15, tzn:
$x = 14 \cdot n = 2 \cdot 7 \cdot n$ tak więc *x* dzieli się przez 2
$x = 15 \cdot m = 3 \cdot 5 \cdot m$ tak więc *x* dzieli się przez 5
Skoro *x* dzieli się przez 2 oraz 5, a więc dzieli się przez 10.

27.
Niech *x* oznacza liczbę monet o nominale 0,20 euro. Wówczas monet o nominale 0,50 euro było $20 – x$.
Możemy zapisać równanie: $0,2x + 0,5(20 – x) = 8,4$, którego rozwiązaniem jest liczba $\frac{16}{3}$.
Liczba monet powinna być liczbą naturalną, więc Karol powiedział nieprawdę.

28.
Suma trzech pierwszych liczb jest równa $a + b + c = 3 \cdot 4 = 12$
Suma dwóch następnych liczb jest równa $d + e = 2 \cdot 2 = 4$.
Suma pięciu liczb jest równa $a + b + c + d + e = 4 + 12 = 16$.
Średnia pięciu liczb jest równa $\frac{a+b+c+d+e}{5} = 16 : 5 = 3,2$

29.
Odcinek osi liczbowej od $2\frac{1}{3}$ do $7\frac{2}{3}$ jest podzielony na cztery jednakowe odcinki długości
$(7\frac{2}{3} - 2\frac{1}{3}) : 4 = 5\frac{1}{3} : 4 = \frac{16}{3} : 4 = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$.
Kolejnymi kropkami oznaczono więc liczby:
$2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{3} = 3\frac{2}{3}$, $3\frac{2}{3} + 1\frac{1}{3} = 5$, $5 + 1\frac{1}{3} = 6\frac{1}{3}$.
Liczba oznaczona środkową kropką jest całkowita.

30.
Liczbę trzycyfrową o cyfrze setek $a$, cyfrze dziesiątek $b$ i jedności $c$ można zapisać następująco: $100a + 10b + c$.
Po odjęciu od niej sumy jej cyfr mamy:
$100a + 10b + c – (a + b + c) = 99a + 9b = 3(33a + 3b)$.
Otrzymana liczba jest podzielna przez 3 jako iloczyn liczby 3 i liczby naturalnej $33a + 3b$.

31.
Przykład pokazujący fałszywość danego stwierdzenia:
Mediana zestawu 4, 4, 8, 10, 12, 14 jest równa $\frac{8+10}{2} = 9$.
Zatem, to stwierdzenie nie jest prawdziwe.

32.
$a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$,
$b \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$,
$a + b = 3k, k \in N$,
$10a + b = 9a + (a + b) = 9a + 3k = 3(3a + k)$,
$3a + k \in N$.

33.
$2n + 1, 2n + 3, 2n + 5$ - trzy kolejne liczby całkowite
$2n + 1 + 2n + 3 + 2n + 5 = 6n + 9$
$6n + 9 = 6n + 8 + 1 = 2(3n + 4) + 1$ – liczba nieparzysta.

34.
Pierwszy sposób:
wrzesień 30 dni
październik 31 dni
listopad 30 dni
Razem: 91 dni 91 : 7 = 13 Od 1 września do 1 grudnia mija równo 13 tygodni, więc 1 września przypada w tym samym dniu tygodnia, co 1 grudnia.

Drugi sposób:

Przypuśćmy, że 1 września przypada w poniedziałek, zatem kolejne poniedziałki to: 8, 15, 22 i 29 września, 6, 13, 20 i 27 października, 3, 10, 17 i 24 listopada oraz 1 grudnia. Wynika stąd, że 1 września i 1 grudnia przypadają w tym samym dniu tygodnia. Tak samo jest, gdy 1 września wypada we wtorek, w środę itd. – zawsze 1 grudnia przypada w tym samym dniu tygodnia, co 1 września.

35.

Jeżeli oznaczymy cyfry danej liczby przez $a$ i $b$, to opisana w zadaniu suma jest równa $(10a+b) + (10b+a) = 11a + 11b = 11(a+b)$.

Widać, że liczba ta dzieli się przez 11.

36.

Oznaczmy pięć kolejnych liczb naturalnych przez $n, n+1, n+2, n+3, n+4$.

Wtedy $n+(n+1)+(n+2) +(n+3)+(n+4)=5n+10=5(n+2)$.

Liczba ta jest podzielna przez 5 oraz większa od 5 – nie może to więc być liczba pierwsza.

37.

$a = 3^{27} + 3^{29} = 3^{27} + 3^{27}\cdot 3^2 = 3^{27}(1+9) = 3^{27}\cdot 10 = 3^{26}\ 3\ 10 = 3^{26}\ 30$

Widać teraz, że liczba ta jest podzielna zarówno przez 3, jak i przez 10, czyli jest podzielna przez 30.

38.

Każda potęga liczby 3 jest liczbą nieparzystą.

$3^{43}$ – liczba nieparzysta

$3^{46}$ – liczba nieparzysta

Suma dwóch liczb nieparzystych jest liczbą parzystą, zatem $3^{43} + 3^{46}$ jest liczbą parzystą.